



## ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN PERMASALAHAN INTEGRAL TAK TENTU PADA MATA KULIAH KALKULUS INTEGRAL

Mimi Nur Hajizah  
Universitas Negeri Jakarta  
mimi.nurhajizah@gmail.com

Article history	Abstract
Submission : Revised : Accepted : 7/10/2019	<i>The purpose of this study is to identify, describe, and classify the types of student errors in solving indeterminate integral problems and find out the factors that cause these errors. This research is a type of descriptive research using qualitative research methods. The subjects in this study were students of the Mathematics Study Program FMIPA UNJ in 2018/2019 school year who were taking Integral Calculus courses. Data collection is done through tests and interviews. The test is conducted to obtain data on the types of errors made, while interviews are conducted to explore the causes of the mistakes made. The results of this study indicate the types of errors made by students based on the indicator approach are as follows. 1) Determine indeterminate integrals with the integration of substitution techniques. 2) Determine indefinite integrals with partial integration techniques. 3) Determine indeterminate integrals with the integration of trigonometric substitution techniques. 4) Determine indefinite integrals with the technique of rationalizing integrals. Factors causing errors include students lacking understanding of the concept of indeterminate integrals as anti-derivatives, difficulty in identifying the integrating techniques that must be applied, not proficient in carrying out integrating procedures, and errors in calculations.</i>
<b>Keyword:</b> <i>analysis, error, indeterminate integral, calculus</i>	

## Pendahuluan

Kalkulus memiliki aplikasi yang luas dalam bidang-bidang sains, ekonomi, maupun teknik. Metode kalkulus juga dapat digunakan untuk memecahkan berbagai masalah yang tidak dapat dipecahkan dengan aljabar elementer (LaTorre, 2007). Penggunaannya yang luas untuk berbagai tujuan dan dalam berbagai disiplin ilmu, menjadikan kalkulus sebagai subjek studi yang penting bagi siswa sekolah menengah dan mahasiswa (Moskal, 2002).

Kalkulus merupakan cabang matematika yang berkaitan dengan perhitungan perubahan sesaat, yang dikenal dengan Kalkulus Diferensial dan penjumlahan dari banyak faktor kecil untuk menentukan keseluruhan, yang dikenal sebagai Kalkulus Integral (Berggren, 2016). Materi yang dikaji pada mata kuliah Kalkulus Diferensial di antaranya adalah materi pendahuluan atau prakalkulus yang terdiri dari sistem bilangan riil, pertidaksamaan, nilai mutlak, dan fungsi. Selanjutnya materi inti yang terdiri dari limit, kekontinuan, dan derivatif atau turunan. Setelah lulus mata kuliah Kalkulus Diferensial mahasiswa dapat menempuh mata kuliah Kalkulus Integral yang materinya meliputi integral tak tentu, teknik pengintegralan, integral tentu, integral tak wajar, integral lipat, dan aplikasi integral pada masalah nyata.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami konsep Kalkulus, baik dalam Kalkulus Diferensial maupun Kalkulus Integral (Hashemi, 2014; Ferrer, 2016). Ada banyak hambatan yang dialami mahasiswa dalam mempelajari kalkulus dan konsep-konsepnya (Ozkan, 2009; Tarmizi, 2010; Kashefi, dkk., 2012).

Integral dan turunan adalah konsep yang penting dalam matematika. Integral dan turunan merupakan dua operasi utama dalam kalkulus. Prinsip-prinsip integral diformulasikan oleh Isaac Newton dan Gottfried Leibniz pada abad ke-17 yang merumuskan konsep integral sebagai anti turunan. Berdasarkan peta konsep integral, integral tak tentu diperoleh dari konsep turunan. Tingkat penguasaan konsep turunan pada mahasiswa tentunya akan berdampak pada penguasaan konsep integral, terutama konsep integral tak tentu.

Penyelesaian soal integral membutuhkan pemahaman konsep yang baik, penggunaan

rumus yang tepat, serta ketelitian dan kreativitas yang tinggi. Proses yang kompleks ini menjadi kesulitan tersendiri dalam mempelajari materi integral. Akibatnya mahasiswa masih banyak yang melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal integral.

Kesalahan-kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan pada mata kuliah Kalkulus Integral perlu segera diidentifikasi melalui kegiatan analisis agar tidak berdampak pada mata kuliah lain yang harus ditempuh selanjutnya. Hal ini dikarenakan kalkulus sangat terkait dengan mata kuliah lainnya dan merupakan pondasi untuk mempelajari mata kuliah selanjutnya, seperti: Persamaan Diferensial, Analisis Real, Aljabar, Statistika Matematika, maupun mata kuliah lain yang bersifat aplikasi atau terapan.

Kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tak tentu dapat diidentifikasi dari kekeliruan yang dilakukan. Lebih lanjut, jenis kesalahan dapat dikelompokkan menjadi kesalahan konsep, operasi, dan prinsip. Pengelompokan tersebut berkaitan dengan objek matematika. Penelitian ini akan mengelompokkan kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral ke dalam tiga jenis kesalahan, yaitu kesalahan konsep, kesalahan operasi, dan kesalahan prinsip.

Kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa perlu dianalisis untuk mengetahui beragam kesalahan yang dilakukan. Melalui analisis tersebut, dosen dapat memberikan solusi yang tepat agar kesalahan tersebut dapat diperbaiki dan tidak terulang lagi. Informasi kesalahan dalam menyelesaikan permasalahan integral tak tentu dapat digunakan untuk meningkatkan efektivitas pembelajaran dalam mata kuliah Kalkulus Integral.

Berdasarkan uraian di atas, penulis bermaksud untuk menganalisis jenis-jenis kesalahan, kecenderungan kesalahan, dan penyebab terjadinya kesalahan yang dilakukan mahasiswa program studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta dalam menyelesaikan permasalahan integral tak tentu pada mata kuliah Kalkulus Integral.

## Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan jenis penelitian deskriptif dengan menggunakan metode penelitian kualitatif. Tujuan dari penelitian ini adalah mengidentifikasi, mendeskripsikan,

mengklasifikasikan dan mengadakan komparasi jenis-jenis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal integral tak tentu pada mata kuliah Kalkulus Integral serta mengetahui faktor-faktor penyebab terjadinya kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal integral tak tentu pada mata kuliah Kalkulus Integral.

Penelitian ini dilakukan pada bulan April – November 2019 di program studi Matematika FMIPA Universitas Negeri Jakarta. Subjek dalam penelitian ini adalah 42 mahasiswa program studi Matematika FMIPA UNJ tahun ajaran 2018/2019 yang sedang menempuh mata kuliah Kalkulus Integral.

Pengumpulan data dilakukan melalui tes dan wawancara. Tes dilakukan untuk memperoleh data jenis kesalahan yang dilakukan, sedangkan wawancara dilakukan untuk menggali penyebab kesalahan yang dilakukan.

**Hasil Penelitian dan Pembahasan**

Instrumen tes hasil belajar dibuat berdasarkan indikator pembelajaran untuk materi integral tak tentu. Dari hasil tes hasil belajar diperoleh deskripsi kesalahan mahasiswa berdasarkan indikator materi integral lipat yaitu dalam Tabel 1 berikut.

**Tabel 1. Kesalahan Mahasiswa Berdasarkan Indikator Materi Integral Tak Tentu**

No.	Indikator	Presentase Kesalahan
1.	Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan subsitusi	51,16%
2.	Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan parsial	30,23%
3.	Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan subsitusi trigonometri	23,26%
4.	Menentukan integral tak tentu dengan teknik merasionalkan integran	48,84%

Adapun bentuk kesalahan yang dilakukan mahasiswa berdasarkan indikator dapat dilihat pada Tabel 2 berikut.

**Tabel 2. Bentuk Kesalahan Berdasarkan Indikator Materi Integral Tak Tentu**

No.	Indikator	Bentuk Kesalahan
1.	Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan subsitusi	a. Tidak memahami konsep integral tak tentu sebagai anti turunan b. Kesalahan dalam memilih suku yang disubstitusikan c. Kesalahan dalam prosedur penyelesaian d. Kesalahan dalam perhitungan (hasil akhir) e. Tidak menjawab sama sekali
2.	Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan parsial	a. Tidak memahami konsep integral tak tentu sebagai anti turunan b. Kesalahan dalam memilih $u(v)$ dan $dv$ c. Kesalahan dalam prosedur penyelesaian d. Kesalahan dalam perhitungan (hasil akhir)
3.	Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan subsitusi trigonometri	a. Tidak memahami konsep integral tak tentu sebagai anti turunan b. Tidak menggunakan substitusi trigonometri c. Kesalahan dalam mengintegalkan bentuk trigonometri d. Kesalahan dalam

		prosedur penyelesaian e. Kesalahan dalam perhitungan (hasil akhir) f. Tidak menjawab sama sekali
4.	Menentukan integral tak tentu dengan teknik merasionalkan integran	a. Tidak mengubah integran ke dalam bentuk rasional b. Kesalahan dalam merasionalkan integran c. Kesalahan dalam prosedur penyelesaian d. Kesalahan dalam perhitungan (hasil akhir)

Berikut ini adalah deskripsi kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal integral tak tentu berdasarkan indikator materi.

1. Menentukan Integral Tak Tentu dengan Teknik Pengintegralan Subsitusi

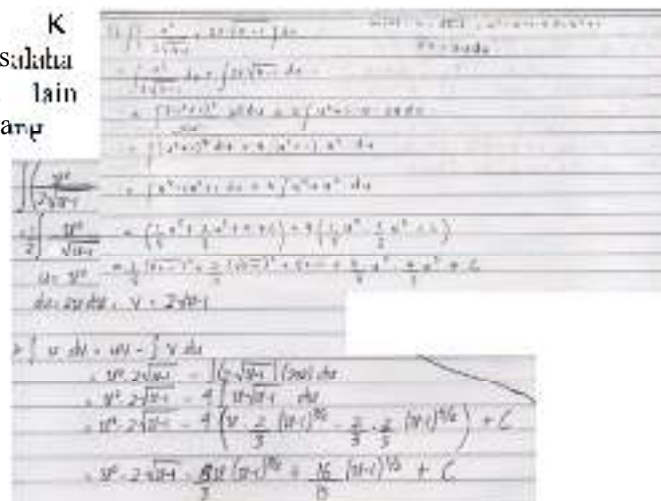
Berdasarkan hasil tes yang diberikan kepada mahasiswa, terlihat bahwa beberapa mahasiswa masih belum memahami konsep integral tak tentu sebagai antiturunan. Gambar 1 menunjukkan jawaban salah satu mahasiswa yang tidak menyertakan C di jawaban akhirnya. Kesalahan ini nampaknya sederhana, namun sebetulnya



dalam konsep integral tak tentu.

Gambar 1. Kesalahan mahasiswa dalam konsep integral tak tentu

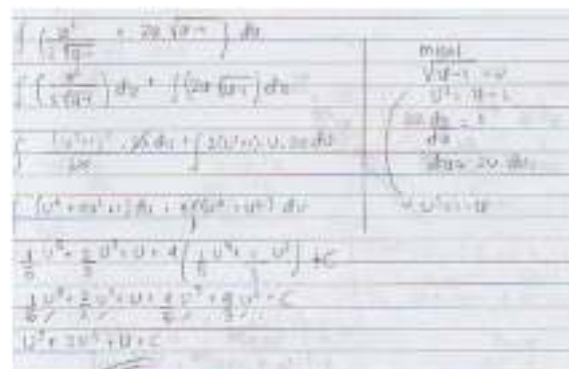
K  
esalahan  
n lain  
yang



dilakukan mahasiswa adalah salah dalam memilih suku integran yang harus disubstitusikan seperti yang terlihat pada gambar 2 berikut.

Gambar 2. Kesalahan mahasiswa dalam teknik pengintegralan dengan substitusi

Pada gambar 2 tampak mahasiswa sudah mengarah pada teknik substitusi dengan melakukan pemisalan dengan variabel  $u$ , namun dalam penyelesaiannya mahasiswa tidak melakukan teknik pengintegralan dengan substitusi.



Beberapa mahasiswa sudah tampak memilih teknik dan pemisalan yang tepat, namun melakukan kesalahan dalam prosedur pengerjaannya sehingga memperoleh jawaban yang tidak tepat. Ini menunjukkan bahwa kemahiran mahasiswa dalam menerapkan prosedur pengintegralan juga penting untuk diperhatikan.

Gambar 3. Kesalahan mahasiswa dalam prosedur penyelesaian

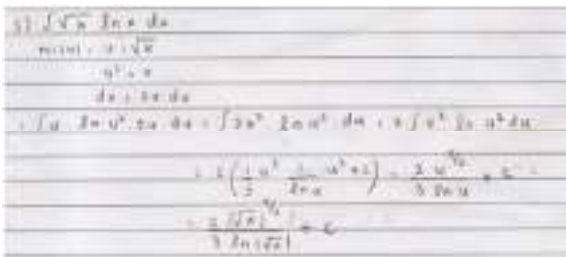
Kesalahan lain yang ditemukan adalah kesalahan dalam perhitungan akhir (hasil akhir). Keterampilan berhitung ternyata juga memiliki peranan penting dalam menyelesaikan soal-soal integral tak tentu.

Beberapa mahasiswa melakukan kesalahan dalam perhitungan atau menentukan hasil akhir, ada pula yang tidak mengembalikan hasil akhir ke bentuk awal (masih dalam bentuk pemisalan).

**Gambar 4. Kesalahan mahasiswa dalam perhitungan (hasil akhir)**

2. Menentukan Integral Tak Tentu dengan Teknik Pengintegralan Parsial

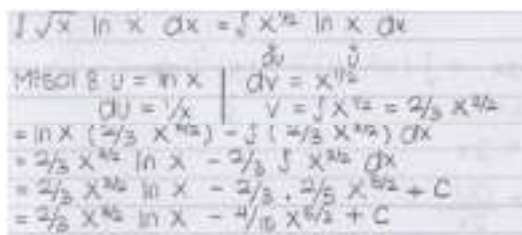
Beberapa mahasiswa gagal dalam mengidentifikasi soal yang diberikan, apakah harus menggunakan teknik pengintegralan parsial atau yang lain. Seperti yang ditunjukkan oleh gambar 5, mahasiswa tersebut menerapkan teknik pengintegralan substitusi terhadap soal yang seharusnya diselesaikan dengan teknik pengintegralan parsial.



**Gambar 5. Kesalahan mahasiswa dalam mengidentifikasi teknik pengintegralan yang seharusnya digunakan**

Kesalahan lain yang dilakukan antara lain adalah salah dalam memilih  $u(v)$  dan  $d(v)$ . Pemisalan ini adalah langkah awal yang harus dilakukan dengan tepat dalam mengintegalkan secara parsial. Kesalahan penentuan nilai  $u(v)$  dan  $d(v)$  mengakibatkan kesalahan dalam menyelesaikan soal tersebut.

Beberapa mahasiswa sudah tampak memilih teknik dan pemisalan yang tepat, namun melakukan kesalahan dalam prosedur pengerjaannya sehingga memperoleh jawaban yang tidak tepat.



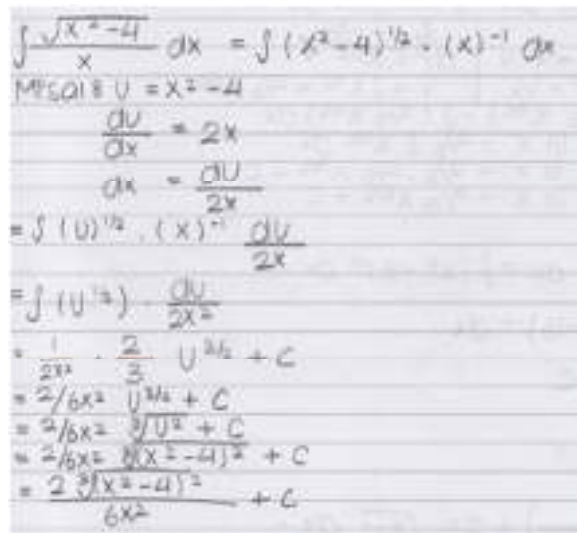
**Gambar 6. Kesalahan mahasiswa dalam prosedur penyelesaian**

Kesalahan lain yang ditemukan adalah kesalahan dalam perhitungan akhir (hasil

akhir). Beberapa mahasiswa melakukan kesalahan dalam perhitungan atau menentukan hasil akhir, ada pula yang tidak mengembalikan hasil akhir ke bentuk awal (masih dalam bentuk pemisalan).

3. Menentukan Integral Tak Tentu dengan Teknik Pengintegralan Substitusi Trigonometri

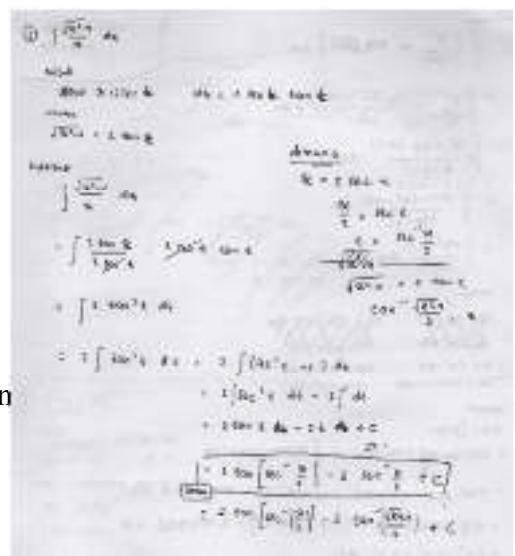
Kekeliruan dalam mengidentifikasi soal yang diberikan juga terjadi pada soal yang berkaitan dengan teknik pengintegralan substitusi trigonometri. Seperti yang ditunjukkan oleh gambar 7, mahasiswa tersebut menerapkan teknik pengintegralan substitusi biasa terhadap soal yang seharusnya diselesaikan dengan teknik pengintegralan dengan sunstitusi trigonometri.



**Gambar 7. Mahasiswa tidak menggunakan substitusi trigonometri**

Kesalahan lain yang dilakukan antara lain adalah keliru dalam memilih bentuk trigonometri dalam pemisalan. Ada pula yang sudah tepat dalam memilih bentuk trigonometri namun keliru dalam menentukan turunannya.

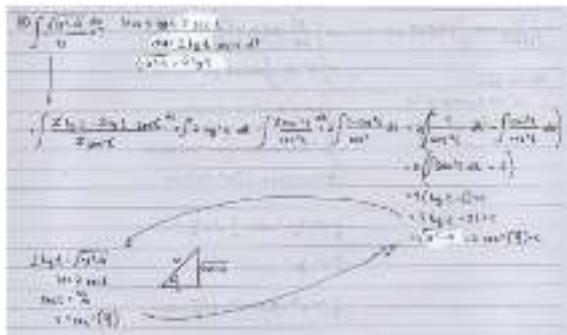
Beberapa mahasiswa sudah tampak



memilih teknik dan pemisalan yang tepat, namun melakukan kesalahan dalam prosedur pengerjaannya sehingga memperoleh jawaban yang tidak tepat.

**Gambar 8. Kesalahan mahasiswa dalam prosedur penyelesaian**

Kesalahan lain yang ditemukan adalah kesalahan dalam perhitungan akhir (hasil akhir). Beberapa mahasiswa melakukan kesalahan dalam perhitungan atau menentukan hasil akhir karena factor ketidaktelitian.

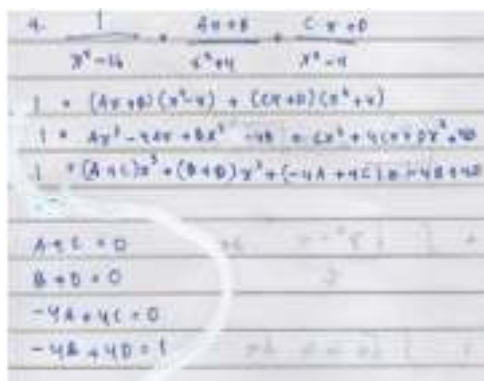


**Gambar 9. Mahasiswa tidak teliti dalam perhitungan**

4. Menentukan Integral Tak Tentu dengan Teknik Merasionalkan Integral

Berdasarkan soal integral tak tentu dengan teknik merasionalkan integral, terlihat bahwa masih banyak mahasiswa yang tidak mengubah integran ke dalam bentuk rasional. Hal ini sangat menyulitkan mahasiswa dalam mengintegrasikan fungsi yang diberikan. Akibatnya, soal tersebut tidak dapat diselesaikan dengan tuntas.

Beberapa mahasiswa yang sudah tampak mengarah pada proses merasionalkan integral juga masih ditemui beberapa kesalahan dalam proses merasionalkannya, hal ini juga menimbulkan masalah baru dalam langkah pengerjaan selanjutnya. Berikut ini adalah salah satu contoh kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam merasionalkan integral.



**Gambar 10. Kesalahan dalam merasionalkan integral**

Serupa dengan soal-soal pada indikator sebelumnya, pada soal yang mengukur indikator ini juga masih dijumpai kesalahan-kesalahan prosedural maupun kesalahan dalam proses perhitungan maupun penentuan hasil akhir.

**Simpulan dan Saran**

**Simpulan**

Dari penelitian yang sudah dilakukan, dapat di ambil kesimpulan sebagai berikut.

1. Kesalahan yang dilakukan mahasiswa berdasarkan pendekatan indikator adalah : Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan substitusi sebesar 51,16%. Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan parsial sebesar 30,23%. Menentukan integral tak tentu dengan teknik pengintegralan substitusi trigonometri sebanyak 23,26 %. Menentukan integral tak tentu dengan teknik merasionalkan integral sebesar 48,84%.
2. Faktor penyebab kesalahan di antaranya adalah mahasiswa kurang memahami konsep integral tak tentu sebagai anti turunan, kesulitan dalam mengidentifikasi teknik pengintegralan yang harus diterapkan, tidak mahir dalam melakukan prosedur pengintegralan, dan kesalahan dalam perhitungan.

**Saran**

Setelah dilakukan penelitian, maka saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut.

1. Dalam mempelajari integral tak tentu hendaknya materi turunan sebagai materi prasyarat harus dikuasai dengan baik, sehingga mahasiswa dapat memahami dengan baik konsep integral tak tentu sebagai anti turunan.
2. Setelah mempelajari suatu konsep hendaklah meminta kepada mahasiswa untuk mengungkapkan kembali makna konsep tersebut dengan menggunakan bahasa sendiri agar mahasiswa lebih memahami apa yang dipelajari.
3. Latihan soal harus sering dilakukan untuk mengasah kemahiran prosedur mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal integral tak tentu.

### Daftar Pustaka

- Ardiawan, Y. (2015). “Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematika di IKIP PGRI Pontianak”. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains*.
- Astuty, K.Y., & Wijayanti, P. (2013). “Analisis Kesalahan Siswa Kelas V dalam Menyelesaikan Soal Matematika pada Materi Pecahan di SDN Medokan Semampir I/259 Surabaya”. *MATHEdunesa*.
- Azkan, E.M. & Unal, H. (2009). “Misconception in Calculus-I: Engineering Students’ Misconceptions in The Process of Finding Domain of Functions”. *Procedia Social and Bahavioral Sciences*.
- Berggren, J.L. (2006). “Calculus: Mathematics. Encyclopedia Britannica”. Diakses dari <http://www.britannica.com/topic/calculus-mathematics>.
- Ferrer, F.P. (2016). “Investigating Students’ Learning Difficulties in Integral Calculus”. *PEOPLE: International Journal of Social Sciences*.
- Hashemi, N. (2014). “Undergraduate Students’ Difficulties in Conceptual Understanding of Derivation”. *Procedia Social and Bahavioral Sciences*.
- LaTorre, D.R., dkk. (2007). *Calculus Concepts: An Applied Approach to the Mathematics of Change*. Cengage Learning.
- Kashefi, H., dkk. 2012. Overcoming Students’ Obstacles in Multivariabel Calculus through Blended Learning: A Mathematical Thinking Approach. *Procedia Social and Bahavioral Sciences*.
- Moskal, B.M. (2002). Calculus: Mathematics. Encyclopedia.com. Diakses dari <http://www.encyclopedia.com/topic/calculus.aspx>.
- Rahmawati, A. (2017). “Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika dalam Menyelesaikan Soal Pertidaksamaan pada Mata Kuliah Kalkulus I”. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*.
- Tarmizi, R.A., (2010). “Visualizing Students’ Difficulties in Learning Calculus”. *Procedia Social and Bahavioral Sciences*.
- Widdiharto. (2008). *Diagnosis Kesulitan Belajar Matematika SMP dan ALternatif Proses Remidinya*. Yogyakarta: Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan