

**PEMODELAN *FIXED EFFECT* PADA REGRESI DATA LONGITUDINAL
DENGAN ESTIMASI *GENERALIZED METHOD OF MOMENTS*
(STUDI KASUS DATA PENDUDUDUK MISKIN DI INDONESIA)**

¹Muhammad Ghazali, ²Bambang Widjanarko Otok

^{1,2}Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Teknologi Sepuluh Nopember
E-mail: ¹m.ghazali11@gmail.com dan ²bambang_wo@statistika.its.ac.id

ABSTRAK

Indeks kedalaman kemiskinan merupakan ukuran rata-rata kesenjangan penyebaran pengeluaran masing-masing penduduk terhadap garis kemiskinan. Banyak faktor yang mempengaruhi indeks kedalaman kemiskinan, baik dari indikator kesehatan, SDM maupun ekonomi. Oleh karena itu diperlukan sebuah pemodelan statistika untuk menganalisa faktor-faktor yang mempengaruhi indeks kedalaman kemiskinan di Indonesia. Data kemiskinan yang digunakan pada penelitian ini bersumber dari data SUSENAS yang berupa data longitudinal dengan individu pengamatan adalah seluruh kabupaten/kota di Indonesia dari tahun 2008 sampai 2012. Analisis data longitudinal tidak cukup menggunakan OLS karena beberapa asumsi OLS seperti homokedastisitas dan tidak ada autokorelasi sulit terpenuhi pada analisa data longitudinal karena cenderung adanya pengaruh antar individu dan antar waktu pengamatan dalam model. Untuk mengatasi hal tersebut digunakan metode Generalized Method of Moment (GMM) yang digunakan untuk menaksir parameter model data longitudinal. GMM adalah metode penaksiran parameter yang fokus utamanya adalah meminimalkan fungsi kuadrat $Q_T(\theta) = f_T(\theta)'W_T f_T(\theta)$ untuk mencari parameter θ . Analisis GMM untuk data longitudinal pada penelitian ini dengan Fixed Effect. Kesimpulan yang diperoleh adalah semakin tinggi Rata-rata lama sekolah (X_1) dan Angka harapan hidup (X_6) maka indeks kedalaman kemiskinan akan semakin kecil. Sedangkan jika semakin tinggi Persentase pengeluaran non makanan (X_2) dan persentase rumah tangga yang pernah membeli beras raskin (X_4) maka indeks kedalaman kemiskinan juga semakin tinggi.

Kata kunci : Regresi data longitudinal, GMM, Indeks kedalaman miskinian.

PENDAHULUAN

Analisis regresi data longitudinal adalah analisis regresi yang memperhatikan faktor *time-series* pada data pengamatan *cross-section* yang dilakukan dalam beberapa periode. Ada beberapa keuntungan yang diperoleh dengan menggunakan estimasi data longitudinal. Pertama, meningkatkan jumlah obeservasi (sampel), dan kedua, memperoleh variasi antar unit yang berbeda menurut ruang dan variasi menurut waktu.

Data longitudinal sedikit terjadi kolinearitas antar variabel sehingga sangat kecil kemungkinan terjadi multikolinearitas. Tetapi regresi longitudinal juga tetap mengalami kendala dimana memungkinkan terjadinya autokorelasi dan heterokedastisitas. Autokorelasi muncul karena residual yang

tidak bebas antar satu observasi ke observasi lainnya. Hal ini disebabkan karena error pada individu cenderung mempengaruhi individu yang sama pada periode berikutnya. Masalah autokorelasi sering terjadi pada data *time series*. Heterokedastisitas timbul apabila nilai residual dari model tidak memiliki varians yang konstan. Artinya, setiap observasi mempunyai reliabilitas yang berbeda-beda akibat perubahan kondisi yang melatarbelakangi tidak terangkum dalam model. Gejala ini sering terjadi pada data *cross section* sehingga sangat dimungkinkan terjadi heterokedastisitas pada data longitudinal [12].

Salah satu metode alternatif untuk menganalisa data longitudinal adalah dengan menggunakan *Metode Moment* (MM) yang diperkenalkan oleh Karl Pearson. *Metode Moment* lebih

memfokuskan pada penggunaan fungsi *moment kondisi* untuk mencari parameter terbaik. Tetapi *Metode Moment* juga mengalami kendala jika fungsi *moment kondisi* lebih banyak daripada jumlah parameter yang ingin diestimasi, yang berarti terjadi kasus *over-identifikasi*.

Lars Peter Hansen memperkenalkan *Generalized Method of Moments* (GMM) untuk mengatasi kendala yang dihadapi penaksiran *Metode Moment*. Penaksiran parameter GMM diperoleh dari meminimalkan jumlah kuadrat moment sampel terboboti [14]. Pemilihan matriks bobot yang tepat bisa dilakukan dengan memilih kernel dan bandwidth yang tepat [8]. GMM menjadi metode yang banyak diaplikasikan dalam bidang ekonomi dan finansial. GMM juga digunakan dalam berbagai bidang seperti bisnis, pemasaran, kesehatan dan berbagai bidang lainnya.

Salah satu aplikasi data longitudinal adalah data kemiskinan di Indonesia. Data kemiskinan di Indonesia yang dilakukan pengamatan selama beberapa tahun merupakan gabungan antara data *cross-section* yang berisi informasi gambaran kemiskinan di Indonesia dan dilakukan pengamatan selama beberapa tahun sehingga juga mengandung unsur *time-series*.

Kemiskinan di Indonesia adalah permasalahan berat yang masih dihadapi oleh pemerintah. Kemiskinan selain dipengaruhi oleh dimensi ekonomi, juga berkaitan dengan berbagai dimensi antara lain dimensi sosial, budaya, sosial politik, lingkungan, kesehatan, pendidikan, agama, dan budi pekerti. Menelaah kemiskinan secara multidimensional sangat diperlukan untuk perumusan kebijakan pengentasan kemiskinan [23].

Data yang akan digunakan dalam penelitian ini berasal dari hasil pendataan Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) tiap Kabupaten/Kota di Indonesia pada tahun 2008-2012. Tujuan penelitian ini adalah

untuk mendapatkan estimasi parameter regresi data longitudinal dengan *Generalized Method Moments* (GMM) kemudian menerapkan regresi data longitudinal dengan *Generalized Method Moments* (GMM) tersebut pada pemodelan kemiskinan di Indonesia tahun 2008-2012.

Regresi data longitudinal atau juga disebut regresi data panel merupakan pengembangan dari regresi linier dengan metode OLS yang memiliki kekhususan dari segi jenis data dan tujuan analisisnya. Dari segi jenis data, regresi data longitudinal memiliki karakteristik (jenis) data *cross section* dan *time series*. Sifat *cross section* data ditunjukkan oleh data yang terdiri lebih dari satu entitas (individu), sedangkan sifat *time series* ditunjukkan oleh setiap individu memiliki lebih dari satu pengamatan waktu (periode).

Data longitudinal memiliki beberapa keuntungan dan kerugian. Keuntungan dari data longitudinal yaitu pertama, dengan mengkombinasikan data *time series* dan data *cross section*, data longitudinal memberikan data yang lebih informatif, lebih variatif, dan mengurangi kolinearitas antar variable. Kedua, dengan jumlah subyek yang sama, hasil pengukuran error menghasilkan penaksiran efek perlakuan yang lebih efisien dari data *cross section*. Ketiga, dengan mempelajari bentuk *cross section* yang berulang-ulang, data longitudinal dapat digunakan untuk mempelajari dinamika perubahan. Keempat, dapat mengidentifikasi dan mengukur pengaruh yang tidak dapat dideteksi dalam data *time series* dan data *cross section*. Kelima, dapat disusun dan menguji model perilaku yang lebih dalam dibanding dengan data *time series* dan data *cross section*. Keenam, mampu menyediakan informasi tentang perubahan individu. Sedangkan kelemahan studi longitudinal adalah masalah desain dan pengumpulan data, kesalahan pengukuran, dimensi data *time*

series yang singkat, adanya *cross section* yang saling berhubungan [5].

Dalam analisis data longitudinal yang digunakan pada penelitian ini adalah model *Fixed Effect* mengasumsikan bahwa intersep dari setiap individu adalah berbeda sedangkan slope antar individu adalah tetap (sama). Persamaan model *Fixed Effect* ditulis sebagai berikut:

$$Y_{it} = \beta_{0i} + \beta_0 X_{1it} + \dots + \beta_p X_{pit} + u_{it} \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, N \text{ dan } t = 1, 2, \dots, T$$

Persamaan Model *Fixed Effect* ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\tilde{Y}_{it} = \tilde{X}_{it}\beta + u_{it}$$

dimana \tilde{Y}_{it} adalah vektor transformasi variabel respon berukuran $(NT \times 1)$, \tilde{X}_{it} adalah matriks transformasi variabel bebas berukuran $(NT \times (p))$, β vektor parameter berukuran $((p) \times 1)$ dan u_{it} adalah vektor *error* berukuran $(NT \times 1)$. $\tilde{Y}_{it} = Y_{it} - \bar{Y}_i$ dan $\tilde{X}_{it} = X_{it} - \bar{X}_i$. Sehingga penaksiran parameter model *Fixed Effect* adalah :

$$\hat{\beta}_{FE} = (\tilde{X}_{it}'\tilde{X}_{it})^{-1}\tilde{X}_{it}'\tilde{Y}_{it}$$

dengan residual $\hat{u}_{it} = \tilde{Y}_{it} - \tilde{X}_{it}\hat{\beta}_{FE}$.

Salah satu syarat yang harus terpenuhi dalam pemodelan regresi yang baik adalah tidak adanya korelasi antar variabel independen. Multikolinearitas adalah kondisi terdapatnya hubungan linier atau korelasi yang tinggi antara masing-masing variabel prediktor dalam model regresi. Multikolinearitas terjadi ketika sebagian besar variabel yang digunakan saling berhubungan dalam suatu model regresi. Adanya kasus multikolinearitas dapat dilihat dari nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) lebih dari 10. VIF dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$VIR_k = \frac{1}{1 - R_k^2}$$

R_k^2 adalah nilai koefisien determinasi antara variabel X_k dengan variabel X lainnya dan $k = 1, 2, \dots, p$. VIF yang lebih besar dari 10 menunjukkan adanya

multikolinearitas antara variabel-variabel prediktor.

Generalized Method of Moments

Generalized Method of Moments (GMM) adalah salah satu metode estimasi parameter yang pertama kali diperkenalkan oleh Lars Peter Hansen [14].

Misalkan sampel pengamatan $\{x_t : t = 1, 2, \dots, T\}$ untuk menaksir parameter vektor θ dengan nilai θ_0 berukuran $p \times 1$. Misalkan $E(f(x_t, \theta)) = 0$ adalah himpunan dari moment kondisi q , dan $f_T(\theta)$ adalah sampel moment. Didefinisikan fungsi kriteria

$$Q_t(\theta) = f_T(\theta)'W_T f_T(\theta)$$

dimana W_T adalah matriks bobot *positif-definit*.

Maka penaksir GMM dari θ adalah sebagai berikut :

$$\hat{\theta}_T = \text{argmin}_{\theta} Q_t(\theta)$$

Proses perhitungan GMM adalah proses perhitungan berulang. Secara umum terdapat dua prosedur perhitungan GMM yaitu two-step dan iterative.

two-step GMM

Parameter GMM diperoleh dengan menghitung θ^* yang meminimalkan fungsi $\bar{f}(\theta)' \bar{f}(\theta)$. Algoritmanya adalah sebagai berikut :

1. Hitung $\theta^* = \text{arg min}_{\theta} \bar{f}(\theta)'W_0(\theta^*)\bar{f}(\theta)$ dimana $W_0(\theta^*) = I(\theta^*)$
2. Hitung matriks $W_1(\theta^*) = E[f(\theta^*)f(\theta^*)']^{-1}$
3. Diperoleh penaksir parameter GMM yaitu: $\hat{\theta} = \text{arg min}_{\theta} \bar{f}(\theta)'W_1(\theta^*)^{-1}\bar{f}(\theta)$

Iterative GMM

Sebagai pengembangan dari metode two-step GMM digunakan metode iterasi untuk menghitung GMM [14]. Jika two-step GMM hanya terdiri dari 2 kali perhitungan, maka iterative GMM

melakukan perhitungan berulang sampai ditemukan nilai yang konvegen.

Algoritma *Iterative GMM* adalah sebagai berikut :

1. Hitung
 $\theta^{(0)} = \arg \min_{\theta} \bar{f}(\theta)' W_0(\theta^{(0)}) \bar{f}(\theta)$
 dimana $W_0(\theta^{(0)}) = I(\theta^{(0)})$
2. Hitung matriks $W_1(\theta^{(0)}) = E(f(\theta^{(0)})f(\theta^{(0)})')^{-1}$
3. Hitung
 $\theta^{(1)} = \arg \min_{\theta} \bar{f}(\theta)' W_1(\theta^{(0)}) \bar{f}(\theta)$,
 lalu kembali ke langkah-2
4. Diperoleh penaksir parameter Iterative GMM $\hat{\theta} = \theta^{(1)}$.

Kemiskinan di Indonesia

BPS mendefinisikan garis kemiskinan sebagai nilai rupiah yang harus dikeluarkan seseorang dalam sebulan agar dapat memenuhi kebutuhan dasar asupan kalori sebesar 2.100 kkal/hari per kapita (garis kemiskinan makanan) ditambah kebutuhan minimum non makanan yang merupakan kebutuhan dasar seseorang, yaitu papan, sandang, sekolah, dan transportasi serta kebutuhan individu dan rumahtangga dasar lainnya (garis kemiskinan non makanan)[1].

Berdasarkan data BPS, pada bulan Maret 2015, jumlah penduduk miskin (penduduk dengan pengeluaran per kapita per bulan di bawah Garis Kemiskinan) di Indonesia mencapai 28,59 juta orang (11,22 %), bertambah sebesar 0,86 juta orang dibandingkan dengan kondisi September 2014 yang sebesar 27,73 juta orang (10,96 %) [4].

Salah satu indikator kemiskinan yang telah ditetapkan oleh BPS adalah indeks kedalaman kemiskinan. Indeks kedalaman kemiskinan (*Poverty Gap Index-P1*) merupakan ukuran rata-rata kesenjangan penyebaran pengeluaran masing-masing penduduk terhadap garis kemiskinan. Semakin tinggi nilai indeks, semakin jauh rata-rata pengeluaran penduduk dari garis kemiskinan. Foster-Greer-Thorbecke telah merumuskan

suatu ukuran yang digunakan untuk mengukur indeks kedalaman kemiskinan yaitu:

$$P_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r \left[\frac{g - l_i}{g} \right]$$

Keterangan:

P_1 = Nilai indeks kedalaman kemiskinan (Poverty Gap Index-P1)

g = Garis kemiskinan

l_i = Rata-rata pengeluaran perkapita sebulan penduduk yang berada di bawah garis kemiskinan ($i=1,2,\dots,r$),

$l_i < g$

r = Banyaknya penduduk yang berada di bawah garis kemiskinan

n = Jumlah penduduk

[20]

METODOLOGI PENELITIAN

Sumber Data dan Variabel Penelitian

Data penelitian ini merupakan data sekunder yang diambil dari hasil pendataan Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) untuk tahun 2008-2012 yang dihasilkan oleh Badan Pusat Statistik (BPS). Data yang dikumpulkan antara lain menyangkut semua indikator yang termasuk ke dalam indikator kesehatan, SDM, dan ekonomi. Dengan data observasi adalah pada tahun 2008 terdiri dari 456 Kabupaten/Kota, tahun 2009 terdiri dari 471 Kabupaten/Kota, sedangkan tahun 2010 sampai 2012 terdiri dari 497 Kabupaten/Kota di Indonesia.

Variabel responnya adalah Indeks kedalaman kemiskinan (Y), sedangkan variabel prediktor adalah Rata-rata lama sekolah (X_1), Persentase pengeluaran per kapita untuk non makanan (X_2), Angka Melek Huruf penduduk usia 15-55 tahun (X_3), Persentase rumah tangga yang pernah membeli beras raskin (X_4), Persentase rumah tangga yang

menggunakan air bersih (X_5) dan Angka harapan hidup (X_6).

Langkah-langkah penelitian

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Membuat deskriptif dari variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian.
2. Memodelkan regresi data longitudinal model *Fixed Effect*

$$\tilde{Y}_{it} = \tilde{X}_{it}\beta + u_{it}$$

3. Mengestimasi parameter dengan menggunakan metode GMM dengan proses sebagai berikut:

a.

$$f_T(\theta) = E(\tilde{X}_{it}, \tilde{Y}_{it} - (u_{it} + \tilde{X}_{it}\beta)) = 0$$

- b. Mminimalkan fungsi kuadrat $Q_t(\theta)$ dimana $W_T = I_T$

$$Q_t(\theta) = f_T(\theta)'W_T f_T(\theta)$$

- c. Menghitung nilai W_T .

- d. Diperoleh penaksiran parameter $\hat{\theta}_{GMM}$ dengan meminimalkan fungsi kuadrat $Q_t(\theta)$

$$Q_t(\theta) = \text{arc}_{\theta} \min f_T(\theta)'W_T f_T(\theta)$$

4. Mengaplikasikan parameter GMM yang diperoleh pada data SUSENAS tahun 2008-2012

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Penaksiran Parameter GMM

Secara umum regresi data longitudinal model *Fixed Effect* dituliskan dengan persamaan sebagai berikut :

$$Y_{it} = \alpha_i + X_{it}\beta + u_{it}(i = 1, 2, \dots N \text{ dan } t = 1, 2, \dots T)$$

$$u_{it} = Y_{it} - \alpha_i + X_{it}\beta$$

Jika u_{it} dan X_{it} berkorelasi maka $E(u_{it}X_{it}) \neq 0_{p \times 1}$ sehingga digunakan vektor instrumen Z_{it} berukuran $(m \times 1)$ dimana $m \geq p$ yang memenuhi $E(u_{it}Z_{it}) = 0_{m \times 1}$

Estimasi parameter GMM berasal dari persamaan Metode Moment yang ditulis sebagai berikut :

$$\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_{it}(Y_{it} - \alpha_i + X_{it}\beta) \right] = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i(\hat{\beta}) \right] = \bar{m}_i(\hat{\beta}) = 0 \tag{1}$$

Parameter GMM diperoleh dengan meminimalisir fungsi berikut :

$$\min_{\beta} Q = \bar{m}_i(\hat{\beta})'W\bar{m}_i(\hat{\beta})$$

Sehingga

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta})'W\bar{m}_i(\hat{\beta})}{\partial \beta} = 0$$

$$2 \frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta})'}{\partial \beta} W\bar{m}_i(\hat{\beta}) = 0$$

Dari persamaan (1) diperoleh solusi eksak sebagai berikut :

$$\bar{m}_i(\hat{\beta}) = \left(\frac{1}{n} Z'y \right) - \left(\frac{1}{n} Z'X \right) \hat{\beta} \tag{2}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2) kedalam persamaan (1) akan diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$2 \frac{\partial \left(\left(\frac{1}{n} Z'y \right) - \left(\frac{1}{n} Z'X \right) \hat{\beta} \right)'}{\partial \beta} W \left(\left(\frac{1}{n} Z'y \right) - \left(\frac{1}{n} Z'X \right) \hat{\beta} \right) = 0$$

$$2 \left(- \left(\frac{1}{n} Z'X \right) \right) W \left(\left(\frac{1}{n} Z'y \right) - \left(\frac{1}{n} Z'X \right) \hat{\beta} \right) = 0$$

$$- \frac{2}{n^2} \left((X'Z)W(Z'y - Z'X\hat{\beta}) \right) = 0$$

$$(X'Z)W(Z'y - Z'X\hat{\beta}) = 0$$

$$(X'Z)WZ'y - (X'Z)WZ'X\hat{\beta} = 0$$

Sehingga diperoleh parameter GMM adalah sebagai berikut

$$\hat{\beta}_{GMM} = [(X'Z)WZ'X]^{-1}(X'Z)WZ'y \tag{3}$$

Untuk membuktikan bahwa $\hat{\beta}_{GMM}$ adalah penaksir yang tidak bias, persamaan (3) disederhanakan sebagai berikut :

$$\hat{\beta}_{GMM} = P\mathbf{y}$$

dimana

$$P = [(X'Z)WZ'X]^{-1}(X'Z)WZ' \quad (4)$$

sehingga

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}_{GMM}) &= E(P\mathbf{y}) \\ &= PE(\mathbf{y}) \\ &= [(X'Z)WZ']^{-1}(X'Z)WZ'E(\mathbf{y}) \\ &= [(X'Z)WZ']^{-1}(X'Z)WZ'E(X\beta + \varepsilon) \end{aligned}$$

karena $E(\varepsilon) = \mathbf{0}$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} &= [(X'Z)WZ']^{-1}(X'Z)WZ'X\beta \\ &= (Z'X)^{-1}W^{-1}[(X'Z)^{-1}(X'Z)]WZ'X\beta \\ &= (Z'X)^{-1}W^{-1}WZ'X\beta \\ &= (Z'X)^{-1}Z'X\beta \\ &= X^{-1}[(Z')^{-1}Z']X\beta \\ &= X^{-1}X\beta \\ &= \beta \end{aligned}$$

Sehingga terbukti bahwa parameter $\hat{\beta}_{GMM}$ adalah penaksir tak bias dari parameter β .

Sedangkan estimasi variansi GMM diperoleh dengan menyelesaikan solusi persamaan GMM berikut

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = \frac{\partial}{\partial \beta} (\bar{m}_i(\hat{\beta})'W\bar{m}_i(\hat{\beta})) = 0 \quad (5)$$

Menggunakan persamaan turunan komposit, solusi dari persamaan (5) diatas ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\partial}{\partial \beta} (\bar{m}_i(\hat{\beta})') \right) \left(\frac{\partial}{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta})} (\bar{m}_i(\hat{\beta})'W\bar{m}_i(\hat{\beta})) \right) \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial \beta} (\bar{m}_i(\hat{\beta})') \right) 2W\bar{m}_i(\hat{\beta}) \\ &= 2 \left(\frac{\partial}{\partial \beta} (\bar{m}_i(\hat{\beta})') \right) W\bar{m}_i(\hat{\beta}) = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

Sehingga $\hat{\beta}_{GMM}$ diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (6)

$$\left(\frac{\partial}{\partial \beta} (\bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM})') \right) W\bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM}) = 0$$

Menggunakan teorema *mean value* untuk mencari $\hat{\beta}$ yang meminimkan fungsi $\bar{m}_i(\hat{\beta})$ ditulis sebagai berikut

$$\frac{\partial (\bar{m}_i(\hat{\beta}))}{\partial \beta'} = \frac{(\bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM}) - \bar{m}_i(\hat{\beta}))}{\hat{\beta}_{GMM} - \hat{\beta}} \quad (7)$$

Dari persamaan (7) kita peroleh persamaan berikut

$$\bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM}) = \bar{m}_i(\hat{\beta}) + \frac{\partial (\bar{m}_i(\hat{\beta}))}{\partial \beta'} (\hat{\beta}_{GMM} - \hat{\beta}) \quad (8)$$

Subtitusikan persamaan (8) kedalam persamaan (6) diperoleh persamaan berikut

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial}{\partial \beta} (\bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM})') \right) W \left(\bar{m}_i(\hat{\beta}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial (\bar{m}_i(\hat{\beta}))}{\partial \beta'} (\hat{\beta}_{GMM} \right. \\ &\quad \left. - \hat{\beta}) \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM})'}{\partial \beta} W \frac{\partial (\bar{m}_i(\hat{\beta}))}{\partial \beta'} (\hat{\beta}_{GMM} - \hat{\beta}) \\ &= \frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM})'}{\partial \beta} (W\bar{m}_i(\hat{\beta})) \end{aligned}$$

Kalikan kedua ruas dengan \sqrt{N} sehingga persamaan diatas ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM})'}{\partial \beta} W \frac{\partial (\bar{m}_i(\hat{\beta}))}{\partial \beta'} \sqrt{N} (\hat{\beta}_{GMM} \\ &- \hat{\beta}) = \frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM})'}{\partial \beta} W \sqrt{N} \bar{m}_i(\hat{\beta}) \end{aligned}$$

Sehingga

$$\begin{aligned} &\sqrt{N}(\hat{\beta}_{GMM} - \hat{\beta}) \\ &= \left[\frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM})'}{\partial \beta} W \frac{\partial (\bar{m}_i(\hat{\beta}))}{\partial \beta'} \right]^{-1} \frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta}_{GMM})'}{\partial \beta} W \sqrt{N} \bar{m}_i(\hat{\beta}) \end{aligned} \quad (9)$$

Menggunakan teorema *central limit* diperoleh distribusi untuk $\bar{m}_i(\hat{\beta})$ yang ditulis sebagai berikut

$$\sqrt{N}\bar{m}_i(\hat{\beta}) \xrightarrow{p} N(0, \Omega(\hat{\beta}))$$

dimana $\Omega(\hat{\beta}) = E[m_i(\hat{\beta}) m_i(\hat{\beta})']$

Menggunakan teorema *central limit* untuk persamaan (9) diperoleh persamaan distribusi sebagai berikut :

$$\sqrt{N}(\hat{\beta}_{GMM} - \hat{\beta}) \xrightarrow{p} N(0, \Sigma(\hat{\beta}))$$

Dimana

$$\begin{aligned} &\Sigma_{GMM}(\hat{\beta}) \\ &= [M(\hat{\beta})' . W . M(\hat{\beta})]^{-1} . M(\hat{\beta})' . W . [\Omega(\hat{\beta})] \end{aligned}$$

$.W.M(\hat{\beta}).[M(\hat{\beta})'.W.M(\hat{\beta})]^{-1}$
 dan

$$M(\hat{\beta}) = E \left[\frac{\partial \bar{m}_i(\hat{\beta})}{\partial \beta} \right]$$

Dalam bentuk matriks variansi GMM ditulis sebagai berikut

$$\Sigma_{GMM} = [M'WM]^{-1}M'W \Omega WM[M'WM]^{-1} \quad (10)$$

B. Deskriptif Variabel

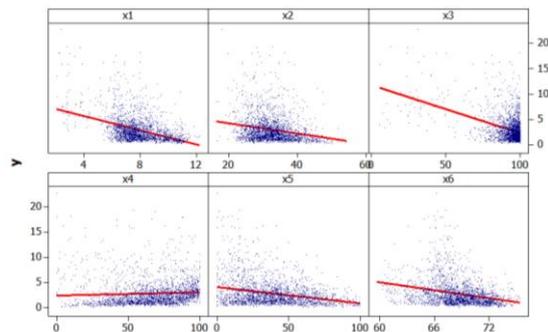
Tabel 1. Korelasi antar variabel

| | Y | X ₁ | X ₂ | X ₃ | X ₄ | X ₅ |
|---|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| X | -0.43 | | | | | |
| 1 | | | | | | |
| X | - | 0.486 | | | | |
| 2 | 0.223 | | | | | |
| X | - | 0.607 | 0.22 | | | |
| 3 | 0.443 | | | | | |
| X | 0.053 | - | - | 0.12 | | |
| 4 | | 0.117 | 0.093 | | | |
| X | - | 0.478 | 0.514 | 0.26 | - | |
| 5 | 0.281 | | | 5 | 0.024 | |
| X | - | 0.458 | 0.375 | 0.20 | - | 0.33 |
| 6 | 0.287 | | | 1 | 0.126 | 2 |

Tabel 1 Menunjukkan bahwa variabel Y menunjukkan korelasi negatif yang cukup terhadap variabel X₁, X₃, X₅ dan X₆. Sedangkan Y dan X₂ memiliki korelasi negatif yang lemah. Variabel Y juga memiliki korelasi positif yang lemah terhadap X₄. Variabel X₁ memiliki korelasi positif yang cukup kuat terhadap beberapa variabel lainnya yaitu terhadap variabel X₂, X₃, X₅ dan X₆ dengan nilai korelasi diatas 0.5. Variabel X₂ selain berkorelasi positif cukup kuat dengan variabel X₁ juga berkorelasi positif yang cukup kuat dengan variabel X₅ Sedangkan terhadap variabel Y hanya berkorelasi negatif yang sangat lemah. Kemudian variabel X₃ selain berkorelasi positif yang cukup kuat dengan variabel X₁ juga berkorelasi positif yang cukup kuat dengan X₅. Variabel X₄ berkorelasi positif sangat lemah terhadap Y dan juga terhadap variabel prediktor lainnya. Variabel X₅ berkorelasi negatif terhadap variabel respon Y tetapi juga berkorelasi

yang cukup kuat dengan variabel prediktor lainnya yaitu terhadap X₁ dan X₂. Variabel X₆ memiliki korelasi negatif terhadap variabel respon Y tetapi memiliki korelasi positif yang lebih kuat terhadap X₁ dan X₂.

Gambar 1. Scatterplot variabel respon terhadap variabel bebas



Karena terdapat korelasi antar sesama variabel prediktor yang lebih besar dibandingkan dengan korelasi antara variabel respon dan variabel prediktor maka hal ini menunjukkan kemungkinan terjadinya multikolinearitas. Untuk mengecek terjadinya multikolinearitas dilakukan dengan melihat nilai *Variance Inflation Factors* (VIF) yang ditampilkan pada tabel 3. Terjadinya multikolinearitas terdeteksi jika terdapat nilai VIF untuk salah satu variabel prediktor lebih besar daripada 10.

C. Penaksiran Parameter Regresi Data Longitudinal model *Fixed Effect* dengan GMM

Menggunakan Software Matlab Toolbox GMM dari Mike Cliff [8] diperoleh output seperti pada Tabel 2:

Tabel 2 Output GMM untuk Analisis Regresi Data Panel dengan metode *Fixed Effect*

| \ | koefisien | SE | t | p | VIF |
|--------------------------|-----------|--------|--|--------|--------|
| | n | | | | |
| X_1 | -0.6156 | 0.0556 | -11.0735 | 0.0000 | 5.3035 |
| X_2 | 0.0503 | 0.0131 | 3.8449 | 0.0001 | 3.1466 |
| X_3 | -0.0122 | 0.0120 | -1.0191 | 0.3081 | 4.5512 |
| X_4 | 0.0059 | 0.0027 | 2.1816 | 0.0291 | 1.8200 |
| X_5 | -0.0038 | 0.0024 | -1.5958 | 0.1105 | 2.7665 |
| X_6 | -0.0799 | 0.0213 | -3.7418 | 0.0002 | 2.6943 |
| R ² = 63.38 % | | | R ² _{adj} = 53.78% | | |

Nilai R² dalam model *Fixed Effect* menunjukkan bahwa pengaruh sumbangan variabel-variabel prediktor dalam menaksir indeks kedalaman kemiskinan di Indonesia adalah sebesar 63.38%, sedangkan sisanya sebesar 36.62 % menunjukkan besaran pengaruh faktor-faktor lain di luar model dalam menaksir indeks kedalaman kemiskinan di Indonesia.

Tabel 2 menunjukkan bahwa Untuk taraf kepercayaan 95% ($\alpha = 0.05$), variabel Rata-rata lama sekolah (X_1), Angka Melek Huruf penduduk usia 15-55 tahun (X_3) dan Angka harapan hidup (X_6) memiliki tanda negatif dan signifikan dalam model. Sedangkan Persentase pengeluaran per kapita untuk non makanan (X_2), dan Persentase rumah tangga yang pernah membeli beras raskin (X_4) memiliki tanda positif dan signifikan dalam model. Sedangkan Angka Melek Huruf penduduk usia 15-55 tahun (X_3) dan Persentase rumah tangga yang menggunakan air bersih (X_5) dianggap tidak signifikan dalam model.

Nilai VIF pada tabel 2 untuk model *Fixed Effect* menunjukkan bahwa gejala multikolinearitas tidak signifikan dalam model *Fixed Effect* karena nilai VIF dari beberapa variabel prediktor tidak ada yang melebihi 10. Tetapi terlihat bahwa untuk variabel X_1 , X_2 dan X_3 memiliki nilai VIF yang sangat besar yaitu masing-masing 5.3035, 3.1466 dan 4.5512 yang berarti bahwa variabel X_1 , X_2 dan X_3 memiliki korelasi yang sangat besar terhadap salah satu variabel prediktor lainnya dalam model *Fixed Effect*. Sedangkan nilai VIF untuk variabel X_5 dan X_6 masing-masing adalah 2.7665 dan 2.6943 yang berarti variabel X_5 dan X_6 juga mempunyai korelasi yang cukup besar terhadap salah satu variabel prediktor lainnya dalam model *Fixed Effect*.

KESIMPULAN

Beberapa hal yang dapat disimpulkan dari penelitian ini adalah :

1. Estimasi parameter GMM pada data longitudinal diperoleh melalui persamaan berikut :

$$\hat{\beta}_{GMM} = [(X'Z)WZ'X]^{-1}(X'Z)WZ'y$$

$$\Sigma_{GMM} = [M'WM]^{-1}M'W \Omega WM[M'WM]^{-1}$$

2. Penerapan Estimasi Parameter GMM pada data SUSENAS Tahun 2008-2009 untuk memodelkan kemiskinan di kabupaten/kota di Indonesia diperoleh dengan memilih model terbaik yaitu model *Fixed Effect*. Persamaannya ditulis sebagai berikut:

$$\hat{y}_{it} = -0.6156X_{1it} + 0.0503X_{2it}$$

$$- 0.0122X_{3it}$$

$$+ 0.0059X_{4it}$$

$$- 0.0038X_{5it}$$

$$- 0.0799X_{6it}$$

3. Dengan menggunakan model *Fixed Effect* maka kesimpulan yang diperoleh adalah semakin tinggi Rata-rata lama sekolah (X_1) dan Angka harapan hidup (X_6) maka indeks kedalaman kemiskinan akan semakin kecil. Sedangkan jika semakin tinggi

Persentase pengeluaran perkapita untuk produk non makanan (X_2) dan Persentase rumah tangga yang pernah membeli beras raskin (X_4) maka indeks kedalaman kemiskinan juga semakin tinggi.

4. Pada penelitian ini tidak terbukti adanya multikolinearitas dalam model data longitudinal. Tetapi korelasi yang cukup besar antar sesama variabel prediktor turut mempengaruhi perbedaan pengambilan keputusan dalam masing-masing model data longitudinal. Sehingga saran untuk penelitian selanjutnya adalah bagaimana mengatasi adanya korelasi yang cukup besar sesama variabel prediktor dan bahkan jika terdapat multikolinearitas pada model data longitudinal.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anuraga, G., (2013). *Pemodelan Kemiskinan di Jawa Timur Dengan Structural Equation Modeling-Partial Least Square*, Jurnal Statistika. UNIMUS
- [2] Alvarez, I. C., Barbero, J., Zoffo, J. L., (2013) *A Panel Data Toolbox for Matlab*. Universidad Autinoma De Madrid.
- [3] Badan Pusat Statistik, (2012), *Berita Resmi Statistik: Profil Kemiskinan di Indonesia Maret 2012*, BPS, Jakarta.
- [4] Badan Pusat Statistik, (2015). *Persentase Penduduk Miskin Maret 2015 Mencapai 11,22 Persen*. <http://bps.go.id/brs/view/1158> (diakses 1 desember 2015)
- [5] Baltagi, Badi H (2005). *Econometric Analysis of Panel Data*, Third Edition. John Wiley & Sons.
- [6] Chausse, P., (2010). *Computing Generalized Methods of Moments and Generalized Empirical Likelihood with R*. University of Waterloo, Waterloo (Ontario) Canada.
- [7] Chin, W.W., (1998), *The Partial Least Squares Approach for Structural Equation Modeling*, Cleveland, Ohio.
- [8] Cliff, M.T., (2003). *GMM and MINZ Program Libraries for Matlab*. Purdue University.
- [9] Damayanti dan Ratnasari., (2013), *Pemodelan Penduduk Miskin di Jawa Timur Menggunakan Metode Geographically Weighted Regression (GWR)*, JURNAL SAINS DAN SENI POMITS Vol. 2, No.2, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [10] Darsyah, M.Y dan Wasono, R. 2013. *Pendugaan Tingkat Kemiskinan di Kabupaten Sumenep dengan Pendekatan SAE*. Prosiding Seminar Nasional Statistika.UII
- [11] Davidson, R. and MacKinnon, J. G., (2003). *Econometric Theory and Method*. Oxford University Press. USA.
- [12] Gujarati, D. N., (2003). *Basic Econometric 4th Edition*. McGrew-Hill Press. USA.
- [13] Hall, A.R. (2005). *Generalized Method Of Moments: Advanced Texts In Econometrics*. Oxford University Press Inc: New York.
- [14] Hansen, L.P., (1982). *Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimator*. *Econometrica*, Vol. 50, No.4
- [15] LeSage, J. P. (1999). *Applied Econometrics using MATLAB*. Departement of Econometrics, University Toledo.
- [16] Lubis, K.A dan Setiawan (2013) *Penerapan Generalized Method Of Moments Pada Persamaan Simultan Panel Dinamis Untuk Pemodelan Pertumbuhan Ekonomi Di Indonesia*. Prosiding Seminar Nasional Manajemen Teknologi XIX, MMT ITS, Surabaya
- [17] Magallanes, A.B., (2007). *Generalized Methods of Moments*

- Estimation on a Linear Panel Data Model of a Clinical Trial*. University of the Philippines, Manila.
- [18] Matyas, L., et al. (1999). *Generalized Method of Moments Estimation*. Cambridge University Press. Cambridge.
- [19] Ngafiyah, A. N., (2014). *Meta-Analytic Structural Equation Modeling (MASEM) Pada Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Kemiskinan Di Pulau Jawa*. Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [20] Permatasari, E., O., (2013) *Pendekatan Boosting Multivariate Adaptive Regression Spline untuk klasifikasi kemiskinan di Propinsi Jawa Timur*. Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [21] Sita, E.D.A.A. dan Otok, B. W., (2014). *Pendekatan Multivariate Adaptive Regression SPLINES (MARS) pada Pemodelan Penduduk Miskin di Indonesia Tahun 2008-2012*. Prosiding Seminar Nasional Matematika, Universitas Jember. Jember.
- [22] Suharto, Edi dkk. (2004), *Kemiskinan dan Keberfungsian Sosial: Studi Kasus Keluarga Miskin di Indonesia*, Lembaga Studi Pembangunan (LSP) STKS, Bandung
- [23] Suryawati, C., (2005), Memahami Kemiskinan Secara Multidimensional, *Jurnal Manajemen Pelayanan Kesehatan (JMPK)*, 8(3). p.121-129.
- [24] Taurif, M., Otok, B. W., Latra, I.N. (2014). *Estimation of Generalized Method of Moment in Logistic Regression Model*. Prosiding Seminar Nasional Matematika, Universitas Jember, Jember.
- [25] Taurif, M. R., (2015). *Estimasi generalized method of moments (GMM) pada model Regresi Logistik (studi kasus: penderita HIV/AIDS di surabaya)*. Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [26] Utami, B. H. S., Warsono, Kurniasari, D., Usman, M., Elkafi, F. (2014) *Generalized Method of Moments Characteristics and Its Application On Panel Data*. *Science International Lahore*, 26 (3). pp. 985-990.
- [27] Widarjono, A. (2007). *Ekonometrika: Teori dan Aplikasi Untuk Ekonomi dan Bisnis*, edisi kedua. Ekonisia FE Universitas Islam Indonesia. Jogjakarta