

MODEL ANTREAN KONTINU (STUDI KASUS DI GERBANG TOL BANYUMANIK)

¹Sugito, ²Alan Prahutama, ³Rukun Santoso, ⁴Jenesia Kusuma Wardhani

^{1,2,3,4} Departemen Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

e-mail: sugitozafi@undip.ac.id

ABSTRAK

Mengantri merupakan salah satu fenomena yang sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Mengantri juga terjadi di ruas jalan tol terutama pada waktu sibuk. Sistem pengumpulan tol elektronik atau *Electronic Toll Collection* (ETC) merupakan sistem terbaru dari gerbang tol Banyumanik yang mulai beroperasi pada tahun 2014. Sebelum ETC, pengguna gerbang tol Banyumanik mendapat layanan reguler, yaitu membayar biaya tol secara tunai. Keuntungan ETC lebih banyak daripada penggunaan gardu reguler, namun pengguna ETC masih sedikit dibanding dengan pengguna gardu reguler. Untuk mengetahui efektifitas pelayanan gardu digunakan analisis sistem antrean. Data yang digunakan adalah data waktu kedatangan dan waktu pelayanan kendaraan. Berdasarkan hasil analisis model antrean gardu reguler arah Ungaran-Semarang, model antrean gardu tol otomatis arah Ungaran-Semarang, model antrean untuk arah Semarang-Ungaran gardu reguler, dan model antrean pada gardu otomatis adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$.

Kata Kunci: Teori antrean, Simulasi antrean, Gardu tol reguler, Gardu tol otomatis.

PENDAHULUAN

Mengantri merupakan salah satu fenomena yang sering terjadi dalam kehidupan sehari-hari. Situasi tersebut juga terjadi di ruas jalan tol terutama pada waktu sibuk. Hal tersebut dikarenakan waktu kedatangan kendaraan dan waktu kendaraan dilayani belum diketahui sebelumnya [11]. Untuk mengurangi masalah yang terjadi pada suatu antrean, maka perlu dilakukan analisis sistem antrean pada fasilitas pelayanan. Tujuan dari analisis sistem antrean yaitu untuk mengetahui model dan kinerja sistem antrian yang sudah dijalankan. Selain itu, sistem antrian juga digunakan untuk mengidentifikasi permasalahan yang terjadi dan sebagai pedoman dalam menentukan kebijakan bagi perusahaan.

PT. Trans Marga Jateng merupakan entitas anak PT. Jasa Marga (Persero) Tbk yang didirikan untuk melaksanakan

Pengusahaan Jalan Tol Semarang-Solo. Sistem pengumpulan tol elektronik atau *Electronic Toll Collection* (ETC) menggunakan *e-toll card* yang merupakan sistem terbaru dari gerbang tol Banyumanik yang mulai beroperasi pada tahun 2014. Sebelum *Electronic Toll Collection* (ETC), pengguna gerbang tol Banyumanik mendapat layanan reguler [6], yaitu membayar biaya tol secara tunai di gardu tol dan membutuhkan waktu lebih lama untuk menyelesaikan transaksi. Keuntungan *Electronic Toll Collection* (ETC) lebih banyak jika dibandingkan dengan sistem reguler, namun fakta menunjukkan bahwa pengguna *e-toll card* masih sedikit dibanding pengguna sistem pengumpulan tol secara reguler.

Pada artikel ini model sistem antrean yang general akan di analisis lebih lanjut untuk mendapatkan karakteristik kedatangan kendaraan dan karakteristik pelayanan gardu tol, sehingga didapat

model antrean dan ukuran kinerja sistem pada gardu tol otomatis dan gardu tol reguler di gerbang tol Banyumanik. Model antrean kontinue merupakan model antrean dengan analisis dari data kontinue meliputi data kontinue untuk distribusi kedatangan dan data kontinue untuk distribusi pelayanan. Secara khusus pada tulisan ini untuk memperoleh distribusi kedatangan akan menggunakan data kontinue waktu kedatangan dan untuk memperoleh distribusi pelayanan akan menggunakan data kontinue waktu pelayanan.

Teori antrean dikemukakan dan dikembangkan oleh Agner Kraup Erlang, seorang insinyur Denmark, pada tahun 1910. Penemuan itu terjadi ketika Erlang bekerja di Copenhagen Telephone Company dihadapkan dengan masalah klasik yaitu menentukan berapa banyak rangkaian yang diperlukan untuk menyediakan layanan telepon yang diterima hingga berapa banyak operator telepon yang diperlukan untuk menangani volume tertentu pada panggilan. Menurut [8], antrean ialah suatu garis tunggu dari nasabah (satuan) yang memerlukan layanan dari satu atau lebih pelayan (fasilitas layanan).

Menurut [11], elemen dasar dari model antrian bergantung pada beberapa faktor penting yaitu distribusi kedatangan, distribusi pelayanan, fasilitas pelayanan, disiplin pelayanan, ukuran dalam antrean, dan sumner pemanggilan. Menurut [2], ada empat struktur dasar model antrean yang umum terjadi dalam sebuah sistem antrean yaitu *single channel single phase*, *single channel multiple phase*, *multiple channel single phase*, dan *multiple channel multiple phase*. Menurut [5], ada empat disiplin pelayanan yang biasa digunakan, yaitu *First Come First Served (FCFS)*, *Last Come First Served (LCFS)*, *Services in Random Order (SIRO)*, dan *Priority Service (PS)*.

Dalam mengelompokkan model-model antrean yang berbeda-beda digunakan suatu notasi yang disebut dengan Notasi Kendall. Notasi kendal sering dipergunakan karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrean, tetapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi [10].

Notasi standar yang digunakan adalah $(a/b/c):(d/e/f)$, dengan :

a = distribusi kedatangan (*Arrival Distribution*)

b = distribusi waktu pelayanan atau keberangkatan (*Service Time Departure*)

c = jumlah pelayan dalam paralel (di mana $c = 1, 2, 3, \dots$)

d = disiplin pelayanan, seperti FCFS, LCFS, SIRO, atau PS

e = jumlah maksimum yang diizinkan dalam sistem

f = jumlah pelanggan yang ingin memasuki sistem sebagai sumber.

Antrean dengan kedatangan gabungan dan mulai keberangkatan dibawah kondisi *transient* dan secara bertahap mencapai *steady state* setelah cukup waktu besar telah berlalu, asalkan parameter sistem mengizinkan mencapai *steady state* [1]. Kondisi *steady state* terpenuhi apabila $\lambda < \mu$ sehingga $\rho = \frac{\lambda}{\mu} <$

1, dengan λ adalah jumlah rata-rata pelanggan tiba per unit waktu dan μ adalah jumlah rata-rata pelayanan per unit waktu. Apabila $\lambda > \mu$, jumlah antrean akan terus bertambah sehingga jika hal ini terjadi berarti ada yang tidak benar pada sistem antrean [7].

Menurut [4], pada umumnya dalam proses antrean diasumsikan bahwa waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, atau sama dengan rata-rata kedatangan dan rata-rata pelayannya mengikuti distribusi poisson. Uji Kolmogorov-Smirnov dirancang untuk menguji keselarasan data yang kontinyu [3]. Pada

uji Kolmogorov-Smirnov memungkinkan pengujian hipotesis nol yang menyatakan bahwa dua buah sampel telah ditarik dari populasi yang sama atau identik. Adapun asumsi dalam uji Kolmogorov-Smirnov adalah data terdiri atas hasil-hasil pengamatan bebas X_1, X_2, \dots, X_n , yang merupakan sebuah sampel acak berukuran n dari suatu fungsi distribusi yang belum diketahui dan dinyatakan dengan $F(x)$ [9]. Langkah-langkah uji Kolmogorov-Smirnov sebagai berikut:

- a. Menentukan hipotesis
 H_0 : Distribusi sampel mengikuti distribusi yang ditetapkan
 H_1 : Distribusi sampel tidak mengikuti distribusi yang ditetapkan
- b. Menentukan taraf signifikansi
 Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$
- c. Statistik Uji
 $D = \text{Sup} | S(x) - F_0(x) |$
 dengan :
 $S(x)$: fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel
 $F_0(x)$: fungsi distribusi yang dihipotesiskan (fungsi peluang kumulatif)
- d. Kriteria Uji
 Menolak H_0 pada taraf signifikansi α apabila $D > \text{nilai } D^*(1-\alpha)$. Nilai $D^*(1-\alpha)$ adalah nilai kritis yang diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov.

Model Antrean (M/M/c):(GD/∞/∞)

Menurut [11], pada model (M/M/c):(GD/∞/∞), pelanggan tiba dengan laju konstan, maksimum c pelanggan dapat dilayani secara bersamaan, dan laju pelayanan per pelayanan adalah konstan. Probabilitas untuk n pelanggan dapat ditulis sebagai berikut:

$$p_n = \begin{cases} \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} p_0, & 0 \leq n \leq c \\ \frac{\lambda^n}{c! c^{n-c} \mu^n} p_0, & n > c \end{cases}$$

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!(1-\frac{\rho}{c})} \right\}^{-1}, \quad \frac{\rho}{c} < 1$$

Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model antrean (M/M/c):(GD/∞/∞) adalah sebagai berikut:

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} p_0 = \left[\frac{c\rho}{(c-\rho)^2} \right] p_c$$

$$L_s = L_q + \rho$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Model Antrean (G/G/c):(GD/∞/∞)

Menurut [4], model antrean (G/G/c):(GD/∞/∞) adalah model antrean dengan pola kedatangan berdistribusi umum (general) dan pola pelayanan berdistribusi umum (general) dengan jumlah fasilitas pelayanan sebanyak c , $c = 1, 2, 3, \dots$. Disiplin antrean yang digunakan pada model ini adalah umum yaitu FCFS (*First Come First Service*), kapasitas maksimum yang diperbolehkan dalam sistem adalah tak hingga, dan memiliki sumber pemanggilan tak hingga. Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model (G/G/c):(GD/∞/∞) adalah sebagai berikut :

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} p_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2} =$$

$$L_{qM/M/c} \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2}$$

dengan:

$v(t)$ adalah varian dari waktu pelayanan
 $v(t')$ adalah varian dari waktu antar kedatangan

$$L_s = L_q + \rho$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

METODE PENELITIAN

Sumber Data dan Variabel Penelitian

Penelitian dilaksanakan di gerbang tol Banyumanik di bulan desember 2016. *Software* yang digunakan yaitu XNote Stopwatch, Microsoft Excel, SPSS 22, WinQSB, dan Arena. Data yang diamati yaitu waktu kedatangan kendaraan, waktu pelayanan kendaraan dimulai, dan waktu pelayanan kendaraan berakhir. Data yang diperoleh kemudian disusun berdasarkan interval yang ditentukan

Metode Analisis

Langkah pelaksanaan penelitian dan analisis data adalah sebagai berikut:

1. Melakukan penelitian secara langsung untuk mendapatkan data jumlah kedatangan dan data waktu pelayanan dalam satuan waktu yang ditentukan.
2. Data yang diperoleh harus memenuhi kondisi *steady-state*. Jika kondisi *steady-state* belum terpenuhi maka perbaikan sistem pelayanan dapat dilakukan dengan menambah gardu pelayanan yang disesuaikan dengan situasi dan kondisi di gerbang tol.
3. Melakukan uji keselarasan distribusi untuk mengetahui distribusi dari jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov. Pada kasus ini, jika hipotesis diterima maka dapat disimpulkan bahwa data berdistribusi Poisson, jika hipotesis ditolak maka data dianggap mengikuti distribusi umum (*General*).
4. Menentukan karakteristik dan model sistem antrean yang sesuai.
5. Distribusi kedatangan dan pelayanan yang *General* diuji untuk ditentukan distribusinya melalui *output* pada Arena. Kemudian melakukan simulasi dengan Arena.
6. Melakukan uji keselarasan distribusi yang sudah didapat dari Arena

7. Menentukan ukuran kinerja sistem, yaitu Lq , Ls , Wq , dan Ws .
8. Membuat hasil dan pembahasan yang diperoleh dari ukuran kinerja sistem, sehingga diperoleh suatu model yang optimal.

HASIL PENELITIAN

4.1 Gambaran Umum Sistem Antrean

Jalan tol Semarang-Ungaran adalah jalan bebas hambatan yang menghubungkan Kota Semarang dengan wilayah Ungaran, yang merupakan bagian dari rangkaian jalan tol Semarang-Solo. Gerbang tol Banyumanik adalah pintu gerbang tol Semarang-Ungaran yang terletak di daerah Banyumanik. Saat ini terdapat 12 gardu di gerbang tol Banyumanik, diantaranya enam gardu pelayanan untuk arah Ungaran-Semarang dan enam gardu pelayanan untuk arah Semarang-Ungaran. Pada masing-masing arah terdapat tiga gardu melayani sistem pengumpulan tol secara tunai dan tiga gardu melayani sistem pengumpulan tol secara elektronik.

4.2 Analisis Deskriptif Lalu Lintas Kendaraan

Jumlah total kendaraan setiap hari untuk arah Ungaran-Semarang dan arah Semarang-Ungaran mulai pukul 07.00-18.00 dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Jumlah Total Lalu Lintas Kendaraan Arah Ungaran-Semarang

Hari	Reguler	E-toll
Senin	9064	3939
Selasa	8351	3086
Rabu	8434	2923

Tabel 2. Jumlah Total Lalu Lintas Kendaraan Arah Ungaran-Semarang

Hari	Reguler	E-toll
Kamis	9864	4145
Jumat	9747	4440
Sabtu	11044	5699

4.3 Analisis Ukuran Steady State dari Kinerja Sistem Pelayanan

Tabel 3. Ukuran Steady State dari Kinerja Sistem Pelayanan

Gardu		P
Ungaran-Semarang Gardu Reguler	Gardu	0,09052828
Ungaran-Semarang Tol Otomatis	Gardu	0,028071
Semarang-Ungaran Gardu Reguler	Gardu	0,11489396
Semarang-Ungaran Tol Otomatis	Gardu	0,03780989

Nilai tingkat kegunaan fasilitas pelayanan untuk setiap gardu adalah kurang dari 1 artinya rata-rata waktu kedatangan kendaraan tidak melebihi rata-rata waktu pelayanan yang diberikan, sehingga dapat dikatakan bahwa sistem antrian memenuhi kondisi *steady-state*, dengan rata-rata jumlah kedatangan tidak melebihi rata-rata jumlah pelayanan maka semua kendaraan yang datang dapat dilayani oleh gardu yang ada. Ini berarti sistem pelayanan sudah baik dan dapat dilakukan perhitungan kinerja sistem antrian.

4.4 Uji Kecocokan Distribusi

Pada uji kecocokan distribusi akan ditentukan kebenaran asumsi bahwa jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan kendaraan pada gerbang tol Banyumanik mengikuti distribusi Poisson / Eksponensial. Dari uji kecocokan distribusi diperoleh nilai statistik uji seperti Tabel 4.

Tabel 4. Uji Kecocokan Distribusi

Gardu	sig	Keputusan
Ungaran-Semarang Gardu Reguler	0,000	H ₀ ditolak
Ungaran-Semarang Gardu Tol Otomatis	0,000	H ₀ ditolak
Semarang-Ungaran Gardu Reguler	0,002	H ₀ ditolak
Semarang-Ungaran Gardu Tol Otomatis	0,003	H ₀ ditolak
Semarang-Ungaran Gardu Tol Otomatis	0,000	H ₀ ditolak
Semarang-Ungaran Gardu Tol Otomatis	0,000	H ₀ ditolak

Dari Tabel 4 dapat disimpulkan bahwa model antrian pada gardu tol otomatis

dan gardu tol reguler di gerbang tol Banyumanik adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$.

4.5 Model Sistem Antrian

Sebelum menghitung ukuran kinerja sistem, terlebih dahulu dilakukan pengujian distribusi terhadap jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan kendaraan untuk mengetahui distribusi sebenarnya berdasarkan output Arena.

Tabel 5. Uji Kecocokan Distribusi Berdasarkan Output Arena Data Waktu Kedatangan dan Waktu Pelayanan

Gardu	Output		Keputusan
	Distribusi	Sig	
Ungaran-Semarang Gardu Reguler	Beta	<0,005	H ₀ ditolak
	Lognormal	<0,005	H ₀ ditolak
Ungaran-Semarang Gardu Tol Otomatis	Gamma	<0,005	H ₀ ditolak
	Exponential	<0,005	H ₀ ditolak
Semarang-Ungaran Gardu Reguler	Beta	<0,005	H ₀ ditolak
	Lognormal	<0,005	H ₀ ditolak
Semarang-Ungaran Gardu Tol Otomatis	Exponential	<0,005	H ₀ ditolak
	Weibull	<0,005	H ₀ ditolak

Berdasarkan Tabel. 5, didapat model akhir untuk model antrian di gerbang tol Banyumanik untuk arah Ungaran-Semarang gardu reguler adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$ dan model antrian untuk gardu tol otomatis adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$. Sedangkan model antrian untuk arah Semarang-Ungaran gardu reguler adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$ dan model antrian pada gardu tol otomatis adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$. Karena tidak semua model *General* diketahui distribusinya, sehingga simulasi untuk beberapa jumlah gardu tidak dapat dilakukan.

4.6 Ukuran Kinerja Sistem

Berdasarkan output yang diperoleh dengan menggunakan software WINQSB maka diketahui ukuran kinerja sistem antrian yang disajikan pada tabel berikut

Tabel 6. Ukuran Kinerja Sistem

Gardu	Ungaran-Semarang Gardu Reguler	Ungaran-Semarang Gardu Tol Otomatis
c	3	3
λ	65,1903	25,1847
μ	240,0274	299,0253
L_s	1,2561	0,0906
L_q	0,9845	0,0064
W_s	0,0193	0,0036
W_q	0,0151	0,0003
P_0	0,76211	0,91923

Gardu	Semarang-Ungaran Gardu Reguler	Semarang-Ungaran Gardu Tol Otomatis
c	3	3
λ	77,4371	36,7287
μ	224,6624	323,8013
L_s	2,4553	0,1465
L_q	2,1106	0,0331
W_s	0,0317	0,004
W_q	0,0273	0,0009
P_0	0,70832	0,89277

KESIMPULAN

Model akhir untuk model antrean kontinue digerbang tol Banyumanik dengan data waktu kedatangan dan waktu pelayanan untuk arah Ungaran-Semarang gardu reguler adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$ dan model antrean untuk gardu tol otomatis adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$. Sedangkan model antrean untuk arah Semarang-Ungaran gardu reguler adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$ dan model antrean

pada gardu tol otomatis adalah $(G/G/3):(GD/\infty/\infty)$.

DAFTAR PUSTAKA

[1]Aminuddin.2005.*Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta : Erlangga

[2]Bronson, R., 1991. *Teori dan Soal-Soal Operation Research*. Jakarta : Erlangga.

[3]Daniel, W. W. 1989. *Statistika Nonparametrik Terapan*. Jakarta : PT Gramedia.

[4]Gross, Donald, John F. Shortle, James M. Thompson, dan Carl M. Harris. 2008. *Fundamental of Queueing Theory*. New Jersey : John Wiley & Sons, Inc.

[5]Kakiay, T. J. 2004. *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta : Andi.

[6]Nugraha, Dedi. 2013. *Penentuan Model Sistem Antrean Kendaraan di Gerbang Tol Banyumanik*. Skripsi, FSM, Statistika, Universitas Diponegoro.

[7]Prawirosentono, S. 2005. *Riset Operasi dan Ekonofisika*. Jakarta : PT Bumi Aksara

[8]Siagian, P. 1987. *Penelitian Operasional : Teori dan Praktek*. Jakarta : Universitas Indonesia Press.

[9]Spiegel, Murray R., John Schiller, dan R. Alu Srinivasan. 2004. *Schaum's Outlines of Probabilitas dan Statistik Edisi Kedua*. Refina Indriasari, penerjemah. Jakarta : Erlangga. Terjemahan dari : Schaum's Outlines of Probability and Statistics Second Edition.

[10]Subagyo, P., Marwan Asri, dan T. Hani Handoko. 1992. *Dasar-Dasar Operations Research*. Yogyakarta : BPFE.

[11]Taha, H. A. 1987. *Operations Research an Introduction*. 4th Ed. New York : Macmillan