

PERAMALAN NILAI TUKAR DOLAR AMERIKA TERHADAP INDONESIA DENGAN MODEL *MAXIMAL OVERLAP DISCRETE WAVELET TRANSFORM-AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE*

¹Vega Zayu Farima, ²Herni Utami

¹Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Muhammadiyah Semarang

²Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Gadjah Mada

Alamat e-mail : vegafarima@unimus.ac.id

ABSTRAK

Beberapa permasalahan dalam kehidupan sehari-hari perlu untuk diramalkan sebelum diambil keputusan. Nilai tukar mata uang asing yang mempengaruhi kurs Indonesia seperti nilai tukar dolar Amerika sangat perlu diramalkan untuk jangka waktu tertentu. Data kurs memiliki volatilitas yang sangat tinggi dan cenderung tidak stasioner. Transformasi wavelet mampu merepresentasikan informasi waktu dan frekuensi secara bersamaan sehingga dapat digunakan untuk menganalisis data-data nonstasioner. MODWT-ARMA yaitu model hibrid dari *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform* (MODWT) dan *Autoregressive Moving Average* (ARMA) yang berhubungan dengan data runtun waktu nonstasioner. Secara teori, nilai *detail* yang diperoleh dari dekomposisi MODWT adalah stasioner. Hal ini menyebabkan hasil dekomposisi dapat diramalkan dengan ARMA. Pada peramalan nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah, diperoleh pemodelan yang *fitted* dengan data training dan diperoleh nilai MAPE yang kecil yaitu 0.82%. Hal ini mengindikasikan bahwa model gabungan ini efektif untuk menambah keakuratan peramalan.

Kata kunci : Peramalan, Data Runtun Waktu, Dekomposisi, MODWT-ARMA, MAPE.

PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari beberapa permasalahan perlu diramalkan terlebih dahulu sebelum diambil keputusan. Metode yang sering digunakan dalam analisis runtun waktu adalah ARMA. Metode ARMA mewakili runtun waktu yang bersifat stasioner. Transformasi wavelet mampu merepresentasikan informasi waktu dan frekuensi secara bersamaan. Representasi waktu dan frekuensi mengakibatkan transformasi wavelet dapat digunakan untuk menganalisis data-data nonstasioner.

Wavelet adalah suatu konsep yang relatif baru dikembangkan. Wavelet berarti gelombang kecil yang dapat memisahkan sinyal ke dalam dua komponen yaitu bagian

trend dan *detail*. Tujuan digunakannya wavelet adalah untuk mentransformasi sinyal supaya mudah dipahami (dibaca). Selain itu, wavelet juga mampu merepresentasikan fungsi yang bersifat tidak mulus maupun fungsi dengan lonjakan atau volatilitas tinggi. Fungsi wavelet adalah suatu fungsi dengan sifat-sifat tertentu diantaranya yang berosilasi di sekitar nol (seperti fungsi sinus dan cosinus), terlokalisasi dalam domain waktu dan frekuensi serta membentuk basis ortogonal [2].

Dalam jurnal ini akan dibahas penerapan metode wavelet, khususnya *Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform-Autoregressive Moving Average* (MODWT-ARMA) untuk menganalisis data runtun waktu. MODWT merupakan transformasi wavelet modifikasi dari

Discrete Wavelet Transform (DWT). Sampel yang diamati untuk DWT hanya dapat dinyatakan dalam bentuk 2^J dengan J bilangan bulat positif, sedangkan MODWT dapat digunakan untuk setiap ukuran sampel. Kelebihan lain dari MODWT yaitu mampu mereduksi data menjadi setengahnya sehingga untuk setiap level dekomposisi terdapat koefisien wavelet (*detail*) dan skala (*smooth*) sebanyak panjang data [1].

MODEL Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT)

Maximal Overlap Discrete Wavelet Transform (MODWT) [1] merupakan modifikasi dari pemfilteran dengan DWT jika sampel yang diamati berukuran sebarang. Misalkan, $\{h_{j,l}\}$ merupakan filter wavelet DWT dan $\{g_{j,l}\}$ filter skala, dengan $l = 1, 2, \dots, L$ merupakan panjang filter dan j adalah level dekomposisi. Filter wavelet dan skala MODWT didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 3.1 *Filter wavelet dan skala MODWT didefinisikan sebagai $\{\tilde{h}_l\}$ dan $\{\tilde{g}_l\}$ yang dibentuk dari filter dasar, yaitu:*

$$\tilde{h}_{1,l} = \tilde{h}_l = \frac{1}{\sqrt{2}} h_l, \text{ dan } \tilde{g}_{1,l} = \tilde{g}_l = \frac{1}{\sqrt{2}} g_l$$

$$\tilde{g}_l = (-1)^{l+1} \tilde{h}_{L-l}, \text{ dan } \tilde{h}_l = (-1)^l \tilde{g}_{L-l}$$

Untuk suatu runtun waktu X_t dengan sebarang ukuran sampel N , koefisien wavelet (W_j) dan skala (V_j) MODWT level ke j didefinisikan sebagai:

$$W_j = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{h}_l X_{(t-l) \bmod N}, \text{ dan}$$

$$V_j = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{g}_l X_{(t-l) \bmod N}$$

dengan $L_j = (2^j - 1)(L - 1) + 1$.

Berikut didefinisikan koefisien MODWT level ke j :

Definisi 3.2 *Untuk suatu runtun waktu X_t dengan sebarang ukuran sampel N , koefisien wavelet (W_j) dan skala (V_j) MODWT level ke j didefinisikan sebagai*

$$W_{j,t} = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{h}_{j,l} X_{t-l \bmod N}, \text{ dan}$$

$$V_{j,t} = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{g}_{j,l} X_{t-l \bmod N}$$

dengan $t = 0, 1, \dots, N - 1$, $h_{j,l} = \frac{1}{2^{j/2}} h_{j,l}$,

dan $g_{j,l} = \frac{1}{2^{j/2}} g_{j,l}$. Filter $\{h_{j,l}\}$ dan $\{g_{j,l}\}$ disebut filter wavelet dan skala MODWT level ke j dengan lebar filter yaitu $L_j = (2^j - 1)(L - 1) + 1$.

Selanjutnya, runtun waktu X dapat ditemukan kembali dari MODWT melalui:

$$\begin{aligned} X &= \sum_{j=0}^{J_0} W_j^T W_j + V_{J_0}^T V_{J_0} \\ &= \sum_{j=0}^{J_0} D_j + S_{J_0} \end{aligned}$$

yang merupakan pendefinisian MODWT dengan dasar analisis multiresolusi (MRA) dari X dalam bentuk *detail* dan *smooth*.

MODWT mempunyai sifat penting yang menjadi kunci dalam proses runtun waktu nonstasioner. Misalkan X_t adalah proses stokastik dengan *backward difference* orde ke d , yaitu

$$Y_t = (1 - B)^d X_t = \sum_{k=0}^d \binom{d}{k} (-1)^k X_{t-k}$$

adalah proses stasioner dengan fungsi kepadatan *spectral* (SDF) $S_Y(f)$ dan mean μ_Y , dengan B adalah operator *backward shift*, $\binom{d}{k} = \frac{d!}{k!(d-k)!}$.

Notasi $\{\bar{W}_{j,t}\}$ merupakan representasi output dari filter $\{X_t\}$ menggunakan filter wavelet MODWT $\{\tilde{h}_{j,l}\}$ yang didefinisikan

$$\{\bar{W}_{j,t}\} = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{h}_{j,l} X_{t-l}$$

dengan $t = \dots, -1, 0, 1, \dots$

Sifat 3.3 [3] Jika $\{\tilde{h}_{j,l}\}$ adalah filter wavelet Daubechies dengan $L \geq 2d$, maka $\{\bar{W}_{j,t}\}$ merupakan proses stasioner dengan SDF yang didefinisikan sebagai

$$S_j(f) = H_j^{(D)}(f) S_X(f)$$

dengan $H_j^{(D)}(f)$ adalah fungsi squared gain yang berhubungan dengan $\{\tilde{h}_{j,l}\}$, didefinisikan dengan

$$H_j^{(D)}(f) = \left| \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{h}_{j,l} e^{-i2\pi fl} \right|^2$$

dan $S_X(f)$ adalah SDF dari proses $\{X_t\}$.

MODEL MODWT-ARMA

Dengan menggunakan MODWT, data runtun waktu $\{X_t, t = 1, 2, \dots, N\}$ dapat ditulis sebagai persamaan berikut:

$$X_t = S_{J_0,t} + \sum_{j=0}^{J_0} D_{j,t}, t = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

dengan $S_{J_0} = \{S_{J_0,t}, t = 1, 2, \dots, N\}$ merepresentasikan *tendency series* dengan ciri dinamika lambat sedangkan

$D_j = \{D_{j,t}, t = 1, 2, \dots, N\}$, $j = 1, 2, \dots, J_0$, merepresentasikan *detail series* X_t dengan ciri dinamika yang cepat khususnya untuk level yang rendah.

Untuk meramalkan nilai \hat{X}_{N+h} dari X , dapat dilakukan untuk S_{J_0} dan D_j yaitu dengan menaksirkan S_{N+h} dan $D_{j,N+h}$, $j = 1, 2, \dots, J_0$. Selanjutnya, diperhatikan untuk model linear ARMA dapat disederhanakan menjadi persamaan

$$\varphi(B)X_t = \theta(B)e_t \quad (2)$$

dengan φ dan θ adalah derajat polinomial ke p dan q .

Berdasarkan teori di atas, nilai *tendency* dan *detail* dapat diperkirakan menjadi bentuk berikut:

$$S_{J_0,N} = \varphi_1 S_{J_0,N-1} + \dots + \varphi_{p_0} S_{J_0,N-p_0} + e_N + \theta_1 e_{N-1} + \dots + \theta_{q_0} e_{N-q_0} \quad (3)$$

$$D_{j,N} = \varphi_{j1} D_{j,N-1} + \dots + \varphi_{jp_j} D_{j,N-p_j} + e_N + \theta_{j1} e_{N-1} + \dots + \theta_{jq_j} e_{N-q_j} \quad (4)$$

dengan menggunakan notasi operator backward shift B diperoleh

$$S_{J_0,N} = [\varphi(B) - 1] S_{J_0,N} + \theta(B) e_N \quad (5)$$

$$D_{j,N} = [\varphi_j(B) - 1] D_{j,N} + \theta_j(B) e_N \quad (6)$$

Jadi, dari persamaan (5) dan (6) diperoleh model peramalan MODWT-ARMA, yaitu:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{N+h} &= S_{J_0,N+h} + \sum_{j=0}^{J_0} D_{j,N+h} \\ &= [\varphi(B) - 1] S_{J_0,N+h} + \theta(B) e_{N+h} \\ &\quad + \sum_{j=0}^{J_0} ([\varphi_j(B) - 1] D_{j,N+h} + \theta_j(B) e_{N+h}). \end{aligned}$$

METODE PENELITIAN

Sumber Data dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari www.bi.go.id. Data nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah merupakan data harian yang dikumpulkan dari tanggal 22 Juli 2015 sampai dengan 26 Mei 2016, yaitu sebanyak 210 data. Banyaknya data nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah tersebut dibagi menjadi data training dan data testing. Data training digunakan untuk pembentukan model yaitu sebanyak 200 data, sedangkan data testing sebanyak 10 data digunakan untuk pengecekan model.

Berikut variabel yang diperoleh dari pengolahan data, yaitu:

- D₁ : detail 1
- D₂ : detail 2
- D₃ : detail 3
- D₄ : detail 4
- S₁ : smooth 1
- X_t : Data awal

Metode Analisis

Analisis data pada penelitian ini dilakukan dengan beberapa tahapan yaitu:

1. Uji stasioneritas data training
2. Setelah diketahui data nonstasioner, kemudian dilakukan dekomposisi dengan MODWT menggunakan MRA
3. Diperoleh nilai *detail* yang stasioner
4. Dilakukan peramalan data dengan ARMA

HASIL PENELITIAN

Aplikasi model MODWT-ARMA menggunakan data nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah dilakukan dengan menggunakan software R. Prosedur awal pemodelan menggunakan MODWT-ARMA adalah pengecekan stasioneritas data. Data nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah tidak stasioner, kemudian dilakukan dekomposisi dengan MODWT menggunakan MRA. Dekomposisi dengan MODWT dimaksudkan untuk menstasionerkan *detail series* sehingga diperoleh hasil yang stasioner. Dalam hal ini, digunakan keluarga wavelet yaitu Daubechies 4, diperoleh nilai *smooth* dan *detail* yaitu $\tilde{D}_1, \tilde{D}_2, \tilde{D}_3, \tilde{D}_4,$ dan \tilde{S}_4 . Dengan menggunakan MODWT, data asli akan bernilai sama dengan data hasil dekomposisi yaitu:

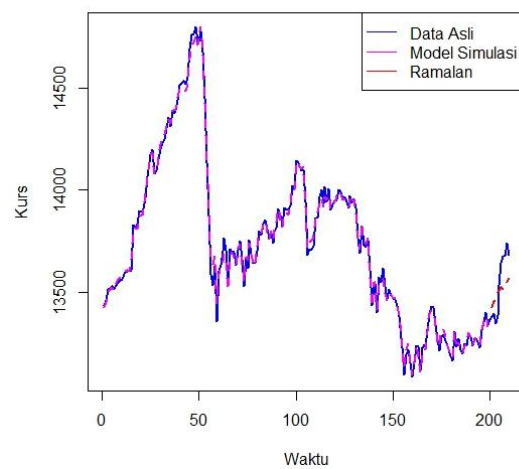
$$X_t = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + S_4$$

Selanjutnya diperiksa stasioneritas data dari masing-masing hasil dekomposisi tersebut. Diperoleh data hasil dekomposisi telah

stasioner. Masing-masing hasil dekomposisi diramalkan dengan ARMA, kemudian hasil ramalan dari nilai *smooth* dan *detail series* dijumlahkan. Diperoleh hasil ramalan nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah memenuhi persamaan berikut:

$$\hat{X}_{N+1} = S_{4,N+1} + \sum_{j=0}^4 D_{j,N+1}$$

Peramalan Nilai Tukar Dollar Amerika terhadap Rupiah



Gambar 1 : Plot Data Asli dan Ramalan

Terlihat bahwa hasil peramalan cukup dapat mengikuti pergerakan data yang ditunjukkan oleh nilai MAPE yang relatif kecil yaitu sebesar 0.82%.

KESIMPULAN

Data nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah merupakan data nonstationer yang dikumpulkan secara harian sebanyak 210 data. Banyaknya data nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah tersebut dibagi menjadi data training dan data testing. Data training digunakan untuk pembentukan model yaitu sebanyak 200 data, sedangkan data testing sebanyak 10 data digunakan untuk pengecekan model.

Data diolah menggunakan model MODWT-ARMA dan didekomposisi dengan MRA menghasilkan nilai *detail* yang stasioner. MODWT mampu

mereduksi data menjadi setengahnya sehingga untuk setiap level dekomposisi terdapat koefisien wavelet (*detail*) dan skala (*smooth*) sebanyak panjang data. Nilai detail yang stasioner dapat diramalkan dengan ARMA secara langsung.

Pada peramalan nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah, diperoleh pemodelan yang *fitted* dengan data training dan diperoleh nilai MAPE yang kecil yaitu 0.82%. Hal ini mengindikasikan bahwa model gabungan ini efektif untuk menambah keakuratan peramalan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Percival, Donald B dan Andrew T Walden. 2000. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge University Press: America.
- [2] Walker, James S. 2008, *A Primer on Wavelets and their Scientific Applications, 2nd edition*. Taylor and Francis Group: New York.
- [3] Zhu, Li., Wang, Yanxin., and Fan, Qibin. 2014, MODWT-ARMA Model for Time Series Prediction. *Journal of Applied Mathematical Modelling*, 38, 1859 - 1865.