
PENERAPAN TEORI ANTREAN UNTUK ANALISIS KINERJA SISTEM PELAYANAN DI GERBANG TOL GAYAMSARI

Yunanur Hanikmah¹, Sugito, S.Si, M.Si², Prof. Drs. Mustafid, M.Eng, Ph.D³

¹Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

^{2,3}Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Queue theory is a method that can be used to analyze the performance of a service system. This study aims to apply queue theory for analysis system performance's size at the Gayamsari Toll Gate by using data obtained through observation. Then the analysis step starts with checking the steady state assumption, goodness of fit tests to data, determines the queue model, simulates the queue model, and calculates system performance's size. Based on analysis with Arena software, the results of the study obtained queue model with Beta distribution on the number of arrivals and the number of services data. From this model, it can be used to calculate the service system performance's size at the Gayamsari Toll Gate. The result of this calculation include estimates of the waiting time and the number of vehicles in the system or queue. Beside that based on the result of performance's size, it can be concluded that the service system at the Gayamsari Toll Gate is in good condition because it's waiting time is less than half minute.

Keywords: Queue, Beta Distribution, Performance's Size

PENDAHULUAN

Untuk meningkatkan kualitas pelayanannya, pada tahun 2017 PT. Jasa Marga Tbk mulai menerapkan sistem pembayaran non tunai secara penuh pada seluruh gerbang tol yang dikelolanya. Dengan diterapkannya sistem tersebut, PT Jasa Marga Tbk telah mengganti seluruh gardu tol reguler yang ada menjadi Gardu Tol Otomatis (GTO) semua. Hal tersebut mengakibatkan pengguna jalan tol harus melakukan pembayaran secara non tunai menggunakan kartu tol sebagai alat pembayarannya. Menurut [4], ketika kendaraan berhenti untuk melakukan pembayaran tol, maka pada saat yang bersamaan sistem pengolah transaksi pada gardu tol melakukan proses pembayaran melalui pengurangan nilai uang di kartu tol dan memindahkannya kepada rekening operator.

Perubahan sistem pembayaran pada gerbang tol memang sudah beberapa kali terjadi dimana pasti terdapat kelebihan dan kekurangan. Keuntungan yang diperoleh dengan penerapan sistem pembayaran non tunai adalah mempercepat waktu transaksi, mengurangi jumlah uang tunai yang harus ditangani, meningkatkan tingkat akurasi transaksi, serta meningkatkan efisiensi jumlah petugas tol. Namun setelah dilakukan penelitian di Gerbang Tol Gayamsari, didapatkan fakta dimana beberapa kali masih terjadi antrean panjang kendaraan pada gerbang tol yang biasanya diakibatkan oleh beberapa pelanggan seperti kehabisan saldo kartu tol, tidak mempunyai kartu tol, bingung untuk menempelkan kartu tol, dan kartu tol yang dimiliki sudah tidak aktif. Dari beberapa permasalahan tersebut

seringkali timbul antrean yang panjang apalagi ketika jumlah kedatangan kendaraan tinggi dan permasalahan yang terjadi belum cepat terselesaikan dengan baik.

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan perhitungan ukuran kinerja sistem di Gerbang Tol Gayamsari sehingga didapat perkiraan terhadap waktu tunggu dan jumlah kendaraan yang berada dalam sistem maupun antrean. Alasan dilakukannya penelitian di Gerbang Tol Gayamsari adalah Gerbang Tol Gayamsari termasuk salah satu gerbang tol yang ramai di wilayah Semarang dengan jumlah fasilitas pelayanan sebanyak 5 GTO. Selain itu beberapa kali masih timbul antrean kendaraan yang panjang meskipun telah diterapkan sistem pembayaran non tunai secara penuh.

Teori Antrean

Menurut [2], teori antrean dikembangkan untuk mendapatkan sebuah model yang digunakan untuk memprediksi pola dari suatu sistem antrean. Sebuah sistem antrean dapat digambarkan dengan kedatangan pelanggan untuk mendapatkan pelayanan, menunggu untuk dilayani jika tidak segera dilayani, dan meninggalkan fasilitas pelayanan setelah selesai dilayani. Dalam hal ini apa yang dimaksud dengan pelanggan tidak selalu berwujud manusia. Namun pelanggan yang berada dalam barisan antrean ini dapat berupa kendaraan yang menunggu untuk mendapatkan pelayanan pada gardu tol. Menurut [7], perbedaan antara jumlah permintaan pelanggan terhadap kemampuan fasilitas pelayanan akan menimbulkan dua akibat yaitu timbulnya antrean dan timbulnya pengangguran fasilitas pelayanan.

Notasi Kendall

Menurut [8], Notasi Kendall merupakan notasi yang digunakan untuk merinci ciri atau karakteristik dari suatu antrean. Menurut [3], notasi standar yang digunakan adalah:

$$(a/b/c) : (d/e/f)$$

dimana:

- a : Distribusi kedatangan.
- b : Distribusi waktu pelayanan.
- c : Jumlah fasilitas pelayanan (dengan $c = 1, 2, 3, \dots, \infty$).
- d : Disiplin pelayanan misalkan FIFO, LIFO, SIRO, PS.
- e : Jumlah maksimum pelanggan yang diizinkan masuk dalam sistem.
- f : Sumber pemanggilan.

Selain itu beberapa notasi standar diatas dapat diganti dengan simbol berikut:

- M : Data jumlah kedatangan atau jumlah pelayanan berdistribusi Poisson.
- G : Data jumlah kedatangan atau jumlah pelayanan berdistribusi General.
- GD : Disiplin pelayanan dalam antrean (FIFO, LIFO, SIRO, PS).

Karakteristik Antrean

Menurut Kakiay [3], terdapat enam faktor penting yang berkaitan erat dengan barisan antrean yaitu distribusi kedatangan, distribusi waktu pelayanan, fasilitas pelayanan, disiplin antrean, ukuran dalam antrean, dan sumber pemanggilan.

Steady State

Menurut [8], tujuan analisis terhadap situasi antrean adalah untuk mengembangkan ukuran-ukuran kinerja sistem sehingga dapat digunakan sebagai bahan evaluasi sistem secara nyata. kondisi *steady state* terpenuhi apabila rata-rata jumlah kendaraan yang datang tidak melebihi rata-rata jumlah kendaraan yang telah dilayani atau dapat dikatakan bahwa $\lambda < c\mu$ atau dapat dituliskan: $\rho = \frac{\lambda}{c\mu} < 1$

Menurut [2], apabila kondisi *steady state* tidak terpenuhi sehingga rata-rata jumlah kendaraan yang datang pada sistem melebihi dari rata-rata jumlah kendaraan yang telah dilayani. Hal ini dapat mengakibatkan barisan antrean akan terus terbentuk dimana antrean akan menjadi panjang dan bertambah lebih panjang seiring dengan berjalannya

waktu, kecuali pada titik tertentu kendaraan tidak diperbolehkan masuk.

Proses Poisson

Menurut [2], pada umumnya dalam proses antrean diasumsikan bahwa tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan pelanggan mengikuti distribusi Poisson. Adapun ciri-ciri yang mendasar dari distribusi Poisson adalah nilai mean sama dengan varian atau biasa dinotasikan dengan λ . Menurut [6], beberapa asumsi untuk proses Poisson yaitu:

1. Independen
2. Homogenitas dalam waktu
3. Regularitas

Oleh karena itu, data jumlah kedatangan maupun jumlah pelayanan pelanggan diuji terlebih dahulu apakah mengikuti distribusi Poisson atau tidak. Hal ini dikarenakan pada umumnya proses antrean diasumsikan mengikuti proses Poisson dan distribusi Poisson merupakan salah satu distribusi yang terdapat pada proses Poisson.

Uji Kolmogorov Smirnov

Menurut [1], uji kecocokan distribusi digunakan untuk mengevaluasi sampai seberapa jauh suatu model mampu mendekati situasi nyata yang digambarkannya. Salah satu uji kecocokan distribusi adalah uji Kolmogorov Smirnov dengan asumsi data terdiri atas hasil pengamatan bebas X_1, X_2, \dots, X_n , yang merupakan sebuah sampel acak berukuran n dari suatu fungsi distribusi yang belum diketahui dan dinyatakan dengan $F(x)$. Langkah-langkah uji Kolmogorov Smirnov sebagai berikut:

a. Hipotesis

$H_0 : F(x) = F_0(x)$, untuk semua x , dimana x merupakan data sampel

$H_1 : F(x) \neq F_0(x)$, untuk semua x , dimana x merupakan data sampel

b. Taraf signifikansi α

c. Statistik Uji

$$D = \text{Sup} |F(x) - F_0(x)|$$

dengan :

D : Nilai supremum untuk semua x dari nilai mutlak $F(x) - F_0(x)$

$F(x)$: Fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel.

$F_0(x)$: Fungsi peluang kumulatif dari distribusi yang dihipotesiskan.

d. Kriteria Uji

H_0 ditolak pada taraf signifikansi α jika nilai $D_{\text{hitung}} > D_{\text{tabel}}$ atau nilai signifikansi $< \alpha$. Adapun D_{hitung} merupakan nilai yang diperoleh dari perhitungan statistik uji D diatas. Sedangkan D_{tabel} adalah nilai kritis yang diperoleh dari Tabel Kolmogorov-Smirnov.

Model Antrean

Terdapat beberapa model dalam sistem antrean, diantaranya adalah:

a. Model Antrean (M/M/c):(GD/ ∞ / ∞)

Menurut [8], pada model (M/M/c):(GD/ ∞ / ∞), jika jumlah pelanggan dalam sistem adalah n sama dengan atau lebih besar dari c maka laju keberangkatan gabungan dari sarana tersebut adalah c . jika n lebih kecil dari c , laju pelayanan adalah $n\mu$. Maka, probabilitas n pelanggan dapat ditulis sebagai berikut:

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{\rho^n}{n!}\right) P_0, & 0 \leq n \leq c \\ \left(\frac{\rho^n}{c^{n-c}c!}\right) P_0, & n > c \end{cases}$$

$$P_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!(1-\frac{\rho}{c})} \right\}^{-1}, \quad \frac{\rho}{c} < 1$$

Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model antrean (M/M/c):(GD/ ∞ / ∞) adalah sebagai berikut:

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} p_0 = \left[\frac{c\rho}{(c-\rho)^2} \right] p_c$$

$$L_s = L_q + \rho \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Keterangan:

c : banyaknya fasilitas pelayanan.
 P_0 : nilai probabilitas untuk 0 pelanggan.
 ρ : perbandingan antara rata-rata jumlah kedatangan dengan rata-rata jumlah pelayanan pelanggan.
 λ : rata-rata jumlah kedatangan pelanggan.
 μ : rata-rata jumlah pelanggan yang telah selesai dilayani.

b. Model Antrean (G/G/c):(GD/∞/∞)

Pada model ini terdapat perbedaan perhitungan L_q dimana perhitungan L_q pada model ini didasarkan pada model (M/M/c):(GD/∞/∞). Sedangkan untuk perhitungan L_s , W_q , dan W_s memiliki rumus yang sama dengan model (M/M/c):(GD/∞/∞). Menurut [2], rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model (G/G/c):(GD/∞/∞) adalah sebagai berikut :

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} P_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2}$$

$$= L_{qM/M/c} \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2}$$

dengan:

$v(t)$: varian dari waktu pelayanan
 $v(t')$: varian dari waktu antar kedatangan
 $L_s = L_q + \rho$
 $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$
 $W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$

Distribusi Beta

Menurut [5], distribusi Beta adalah distribusi kontinu namun dibatasi pada rentan terbatas yang digunakan untuk model probabilitas. Fungsi densitas distribusi Beta dengan parameter $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$ adalah:

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1},$$

$$0 < x < 1$$

Nilai rata-rata dan variansi pada distribusi Beta adalah

$$E(X) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad Var(X) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta + 1)(\alpha + \beta)^2}$$

METODE PENELITIAN

Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data primer yang diperoleh melalui observasi secara langsung pada 5 GTO yang ada di Gerbang Tol Gayamsari. Penelitian dilakukan di Gerbang Tol Gayamsari selama lima hari yaitu pada hari Sabtu, Minggu, Senin, Rabu, dan Kamis tanggal 22, 23, 24, 26, dan 27 Desember 2018 selama 10 jam yaitu mulai pukul 07.00-17.00 WIB. Adapun data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data waktu antar kedatangan kendaraan, waktu pelayanan kendaraan, jumlah kedatangan kendaraan, dan jumlah pelayanan kendaraan pada Gerbang Tol Gayamsari.

Metode Analisis Data

Langkah dalam analisis data penelitian ini adalah:

1. Melakukan input data penelitian.
2. Data yang diperoleh harus memenuhi kondisi *steady state*. Jika kondisi *steady state* belum terpenuhi maka disarankan untuk mengubah interval waktu sehingga kondisi *steady state* dapat terpenuhi.
3. Melakukan uji distribusi Poisson untuk mengetahui apakah data jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan berdistribusi Poisson atau tidak. Uji kecocokan distribusi yang digunakan yaitu uji Kolmogorov-Smirnov. Jika hipotesis diterima maka dapat disimpulkan bahwa data berdistribusi Poisson, jika hipotesis ditolak maka data dianggap mengikuti distribusi umum (*General*).
4. Apabila data berdistribusi General maka spesifikasi dari distribusi General tersebut akan ditentukan melalui *software* Arena. Selanjutnya melakukan uji kecocokan distribusi

- kembali untuk memastikan kebenaran distribusi yang diperoleh melalui Arena.
5. Menentukan model antrean.
 6. Melakukan simulasi menggunakan *software* Arena.
 7. Menentukan ukuran kinerja sistem yang meliputi Lq , Ls , Wq , dan Ws .
 8. Mengambil kesimpulan dari hasil analisis terhadap pelayanan di Gerbang Tol Gayamsari.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Data

Dalam penelitian ini akan digunakan data jumlah kedatangan maupun data jumlah pelayanan kendaraan pada Gerbang Tol Gayamsari dalam interval waktu 5 menit. Adapun data jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan kendaraan tersebut dihitung dari banyaknya kendaraan yang datang dan banyaknya kendaraan yang selesai dilayani sesuai dengan interval waktu yang dipilih, yaitu interval 5 menit. Alasan peneliti memilih interval 5 menit tersebut adalah nilai perhitungan masih bisa terdeteksi apabila dilakukan uji kecocokan distribusi secara manual terhadap data.

Tabel 1. Data Jumlah Kedatangan dan Jumlah Pelayanan Kendaraan

Hari	Jumlah Kedatangan	Jumlah Pelayanan
Sabtu	11118	11116
Minggu	9614	9614
Senin	9517	9517
Rabu	10738	10738
Kamis	10412	10412

Tabel 1 diatas menunjukkan bahwa bahwa jumlah terbanyak dari kedatangan dan pelayanan kendaraan terjadi pada hari Sabtu yaitu sebesar 11.118 dan 11.116 kendaraan. Sedangkan jumlah paling sedikit terjadi pada hari Senin sebesar 9.517 kendaraan. Adapun untuk hari Sabtu, terdapat perbedaan jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan kendaraan sebanyak dua kendaraan . Hal

ini dapat terjadi karena waktu penelitian ditentukan dari jam 7 pagi sampai jam 5 sore sehingga kendaraan yang selesai dilayani diatas jam 5 sore tidak masuk kedalam sampel penelitian walaupun kendaraan tersebut telah tercatat datang sebelum jam 5 sore. Oleh karena itu, sampel tersebut tidak dicatat sebagai pelayanan melainkan hanya tercatat sebagai kedatangan saja.

Kondisi *Steady-State*

λ (Rata-rata jumlah kedatangan kendaraan) = 85,665 kendaraan per 5 menit.

μ (Rata-rata jumlah pelayanan kendaraan) = 85,6617 kendaraan per 5 menit.

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} = \frac{85,665}{5 \times 85,6617} = 0,2000077 < 1$$

Berdasarkan perhitungan ρ diatas diatas, dapat disimpulkan bahwa kondisi *steady state* terpenuhi dalam interval waktu 5 menit karena didapat nilai ρ sebesar 0,2000077 sehingga kurang dari satu.

Uji Distribusi Poisson

Berdasarkan Tabel Kolmogorov-Smirnov, untuk $n > 50$ dan $\alpha = 0,05$ maka dapat dihitung nilai $D_{\text{tabel}} = \frac{1,36}{\sqrt{N}} = \frac{1,36}{\sqrt{600}} = 0,05552$. Kemudian dari output SPSS diperoleh nilai D_{hitung} dan nilai signifikansi sebagai berikut.:

Tabel 2. Uji distribusi Poisson

	Jumlah Kedatangan	Jumlah Pelayanan
D_{hitung}	0,133	0,136
Signifikansi	0,000	0,000

Dari Tabel 2 tersebut, H_0 ditolak pada data jumlah kedatangan maupun data jumlah pelayanan karena nilai $D_{\text{hitung}} > D_{\text{tabel}}$ dan nilai signifikansi $< \alpha$ sehingga dapat disimpulkan bahwa data jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan kendaraan pada Gerbang Tol Gayamsari tidak berdistribusi Poisson atau dapat dikatakan bahwa data tersebut berdistribusi General.

Penentuan Model

Karena distribusi dari data jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan adalah distribusi General, maka diperoleh model: $(G/G/5):(GD/\infty/\infty)$. Kemudian karena data berdistribusi General, maka spesifikasi dari distribusi General tersebut dapat ditentukan melalui *software* Arena. Adapun dari *software* Arena, diperoleh distribusi Beta pada data jumlah kedatangan maupun jumlah pelayanan kendaraan. Kemudian setelah dilakukan uji kecocokan distribusi menggunakan uji Kolmogorov Smirnov, diperoleh nilai sebagai berikut:

Tabel 3. Uji distribusi Beta

	Jumlah Kedatangan	Jumlah Pelayanan
D_{hitung}	0,0239776	0,02154860

$$D_{tabel} = \frac{1,36}{\sqrt{N}} = \frac{1,36}{\sqrt{600}} = 0,05552$$

Karena nilai $D_{hitung} < D_{tabel}$ maka dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima sehingga data jumlah kedatangan maupun jumlah pelayanan kendaraan pada Gerbang Tol Gayamsari berdistribusi Beta. Oleh karena itu diperoleh model akhir yaitu $(Beta/Beta/5):(GD/\infty/\infty)$.

Simulasi

Tabel 4. Hasil Simulasi dengan Distribusi Beta

Kriteria	Jumlah GTO				
	2	3	4	5	6
Average Number In	420	420,20	420,20	420,20	420,20
Average Number Out	418,80	419,20	419,40	419,40	419,40
Average Waiting time	6,8761	3,5566	2,6417	1,7910	1,3502
Average Number of Busy	0,50165	0,3347	0,2510	0,20078	0,1673

Berdasarkan Tabel 3, dapat disimpulkan bahwa pengurangan jumlah GTO menyebabkan waktu tunggu kendaraan menjadi lebih lama, sedangkan penambahan GTO membuat waktu tunggu kendaraan menjadi lebih singkat.

Ukuran Kinerja Sistem

Berdasarkan hasil analisis diperoleh informasi yang dapat disajikan pada tabel berikut:

Tabel 5. Ukuran Kinerja Sistem pada Gerbang Tol Gayamsari

Ls	Lq	Ws	Wq	Po
2,16887	1,16883	0,0253181	0,0136442	0,367802

Pada umumnya, waktu tunggu kendaraan yang ideal mulai dari mengantri hingga selesai dilayani yaitu sekitar setengah menit atau 30 detik dimana nilai tersebut didapat dari perkiraan saat dilakukan penelitian secara langsung di Gerbang Tol Gayamsari. Berdasarkan hasil Ukuran Kinerja Sistem, dapat disimpulkan bahwa penyediaan sebanyak 5 GTO pada Gerbang Tol Gayamsari sudah dalam kondisi baik. Hal ini dikarenakan waktu tunggu kendaraan sudah singkat serta jumlah kendaraan yang sedang mengantri juga sedikit sehingga pelanggan tidak perlu menunggu lama untuk dapat melakukan pembayaran tol. Kemudian probabilitas GTO menganggur adalah 36,78%. Hal tersebut mengindikasikan bahwa penyediaan sebanyak 5 GTO pada Gerbang Tol Gayamsari sudah efektif karena GTO lumayan sibuk dan tingkat pemanfaatan GTO dalam melayani kendaraan tinggi.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang diperoleh pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa model antrean yang tepat untuk menggambarkan kondisi sistem pelayanan pada Gerbang Tol Gayamsari adalah model antrean dengan distribusi Beta pada data jumlah kedatangan maupun jumlah pelayanan kendaraan. Dari simulasi menggunakan model tersebut, dapat disimpulkan bahwa pengurangan GTO dapat menyebabkan waktu tunggu kendaraan menjadi lebih lama, sedangkan penambahan GTO membuat waktu tunggu kendaraan

menjadi lebih singkat. Berdasarkan Ukuran Kinerja Sistem, dapat disimpulkan bahwa secara keseluruhan pelayanan di Gerbang Tol Gayamsari sudah dalam keadaan baik. Hal ini dikarenakan dengan penyediaan sebanyak 5 GTO saat ini, waktu tunggu kendaraan sudah singkat dan jumlah kendaraan yang mengantri sedikit sehingga pelanggan tidak perlu menunggu lama untuk dapat melakukan pembayaran tol.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Daniel, W. W. 1989. *Statistik Nonparametrik Terapan*. Jakarta : PT. Gramedia.
- [2] Gross, D and Harris, C. M. 1998. *Fundamental of Queueing Theory: Third Edition*. New York: John Willey and Sons, Inc.
- [3] Kakiay, T. J. 2004. *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.
- [4] Karsaman, R. H. 2008. *Rencana Penerapan Sistem Pengumpulan Tol Elektronik (Elektronik Toll Collection System) di Indonesia*. Media Komunikasi Teknik Sipil. Tahun 16, No.1: Hal. 11-25.
- [5] Montgomery, Douglas C. dan Runger, George C. 2014. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. John Wiley and Son, Inc. New York.
- [6] Praptono. 1986. *Pengantar Proses Stokastik I*. Jakarta: Karunika Universitas Terbuka.
- [7] Siswanto, 2007. *Operations Research*, Jilid 2, Jakarta: Erlangga
- [8] Taha, H. A. 1997. *Riset Operasi: Jilid Dua*. Jakarta: Binarupa Aksara.